



FEDERATIE
ALUMINIUM
CONSTRUCTEURS

www.fac-belgium.eu



**Basiscursus
Geveltechniek
2026**

**Basisbegrippen
statica & sterkteleer**



Statica



Statica

Statica is het onderdeel van de constructieleer of mechanica dat zich bezighoudt met het evenwicht van krachten.



Statica

In de statica gaan we uit van lichamen (voorwerpen) die star zijn (niet kunnen vervormen). In de praktijk zal dit nooit voorkomen maar bij de berekeningen wordt dit verwaarloosd

De grootte van de krachten en hun werkingslijn worden bijna niet gewijzigd in vervormde toestand



Statica

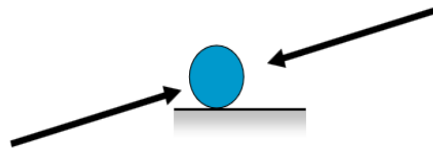
Statisch evenwicht

Als een voorwerp in rust, is de som van alle krachten die er op inwerken gelijk aan nul (eerste wet van Newton)

De som van alle krachten in de x-richting is nul. ($\sum F(x) = 0$)

De som van alle krachten in de y-richting is nul. ($\sum F(y) = 0$)

De som van alle momenten om een punt 'p' is nul. ($\sum M = 0$)

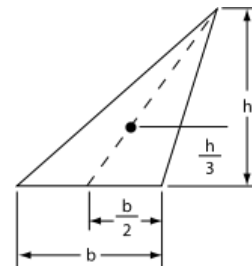
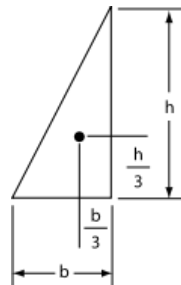


Statica

Zwaartepunt

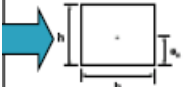

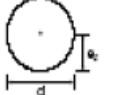
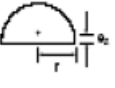


Het zwaartepunt van een object is het punt ten opzichte waarvan de massa van dat object in evenwicht is. In dit punt grijpt de zwaartekracht aan.

Het geometrisch zwaartepunt is de gemiddelde positie van alle punten waaruit het object bestaat.



Statica

Zwaartepunt

profiel	oppervlakte A	zwaartepunt e_z [1]
	$b \cdot h$	$h/2$
	$b \cdot h/2$	$h/3$
	$\pi \cdot d^2/4$	$d/2$
	$\pi \cdot r^2/2$	$0,4244 \cdot r$
	$\pi \cdot r^2/4$	$0,4244 \cdot r$
	$0,2146 \cdot r^2$	$0,7766 \cdot r$

Statica

Kracht

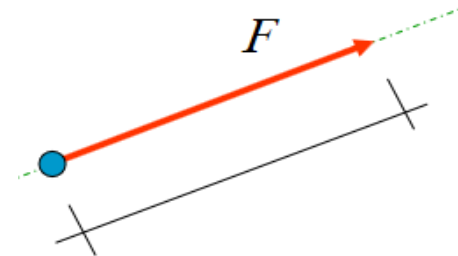
Een kracht is de werking van een voorwerp op een ander voorwerp.

Ze doet een in het voorwerp spanning of druk ontstaan, of doet voorwerp van beweging veranderen of versnellen.

De werking van een kracht wordt bepaald door :

- De grootte van de kracht
- De richting van de kracht
- Het aangrijpingspunt van de kracht

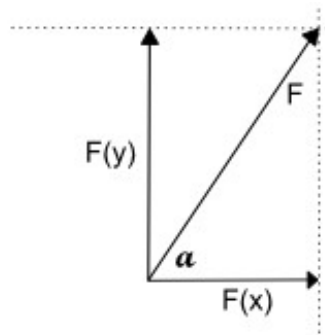
De eenheid is N (Newton)



Ontbinding van krachten

De x-richting wordt als horizontaal gedefinieerd
De y-richting staat daar haaks op (verticaal).

Krachten in schuine richting worden ontbonden in de x- en y-richting.



$$F(x) = F \cdot \cos(\alpha)$$

$$F(y) = F \cdot \sin(\alpha)$$



Statica

Moment

Het product van kracht en krachttarm ($M = F \cdot a$)

De krachttarm is de loodrechte afstand van de werklijn van de kracht naar de as of het punt waar omheen het voorwerp kan draaien

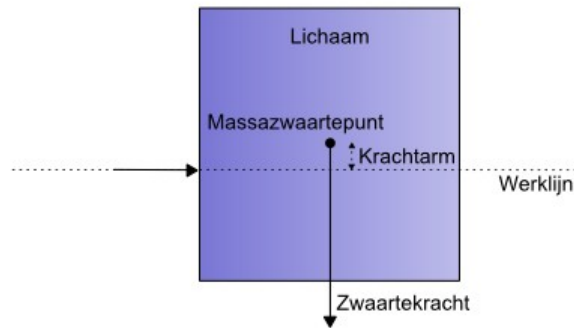
De werking van een moment wordt bepaald door :

- De grootte van de kracht
- De richting van de kracht
- Het aangrijpingspunt van de kracht
- De grootte van de krachttarm

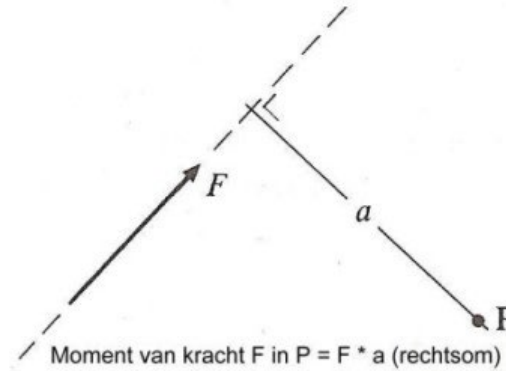
De eenheid is Nm (Newtonmeter)

Statica

Moment en kracht



lichaam, kracht en krachtarm



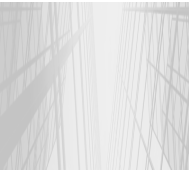


Statica

Oplegging

Een oplegging (steunpunt) beperkt hier de beweging van de constructie en kent 6 vrijheidsgraden (bewegingsmogelijkheden)

- Verschuiving langs de x-as
- Verschuiving langs de y-as
- Verschuiving langs de z-as
- Rotatie om de x-as
- Rotatie om de y-as
- Rotatie om de z-as



Statica

Oplegging

Om een bewegingsmogelijkheid uit te sluiten is een reactie kracht of moment van de omgeving op het voorwerp nodig.

Er zijn drie typen opleggingen:

- Een inklemming
- Roloplegging.
- Scharnieroplegging.

Statica

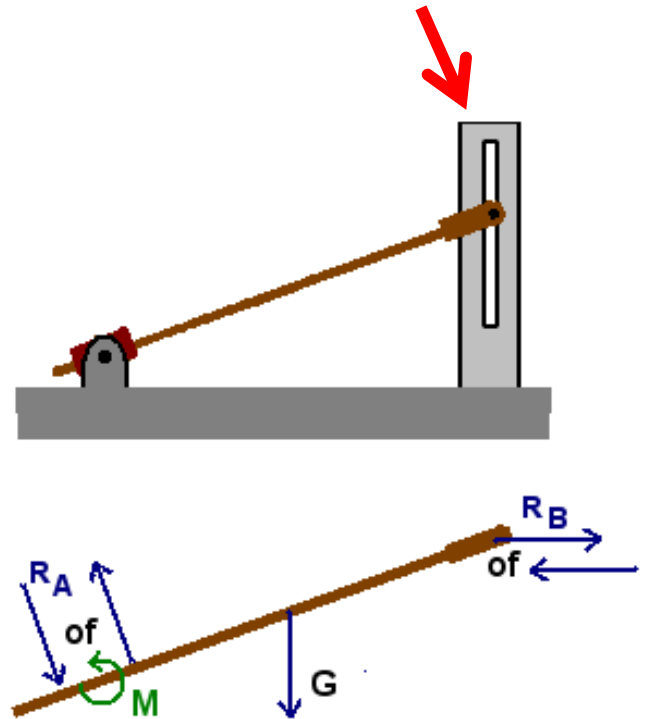
Roloplegging

Een punt van het voorwerp wordt verplicht langs een gleuf te bewegen

De beweging loodrecht op gleuf wordt verhinderd

De verbindingskracht zal loodrecht op de gleuf staan

De richting is dus bekend, alleen de grootte niet



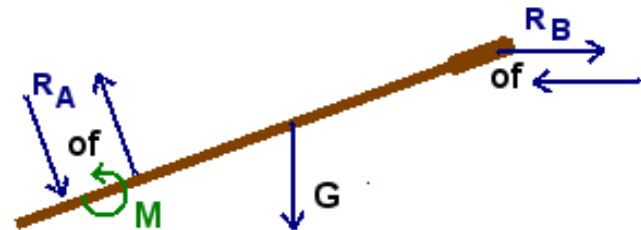
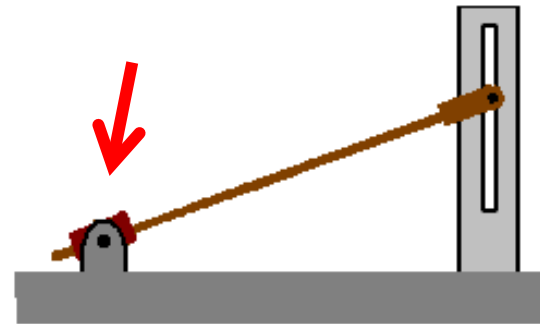
Statica

Scharnier

Een scharnier laat de rotatie toe rond de as van de scharnieren

Er kan geen moment kan overgebracht.

De verbinding heeft 2 krachtcomponenten

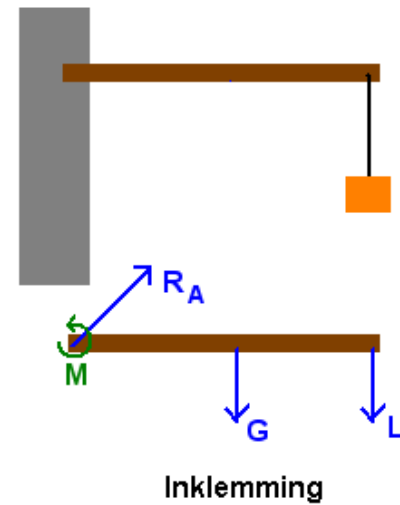


Statica

Inklemming

Een inklemming belet een verplaatsing en een rotatie.

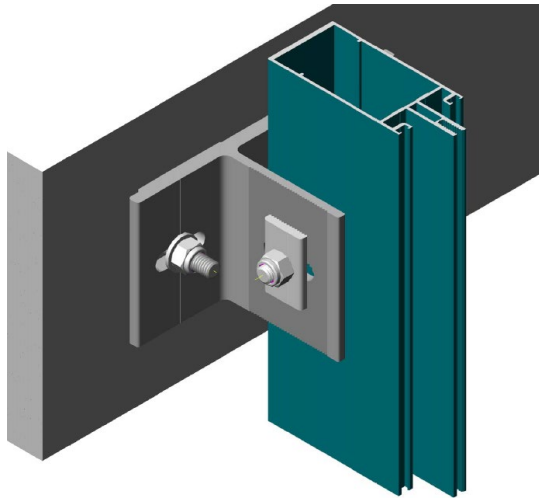
De verbinding heeft 2 krachtcomponenten en 1 moment.



Statica

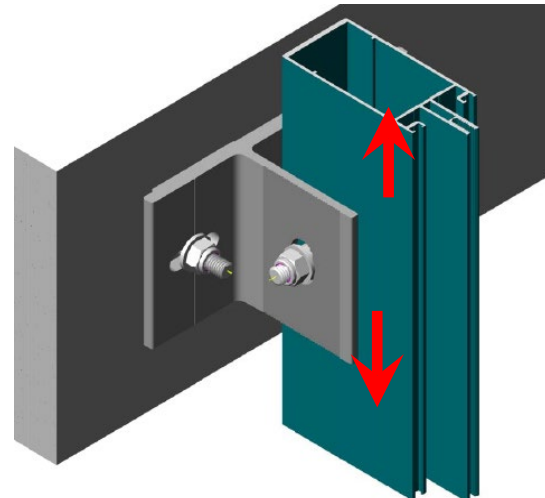
Verankering

Wind & gewichtsverankering



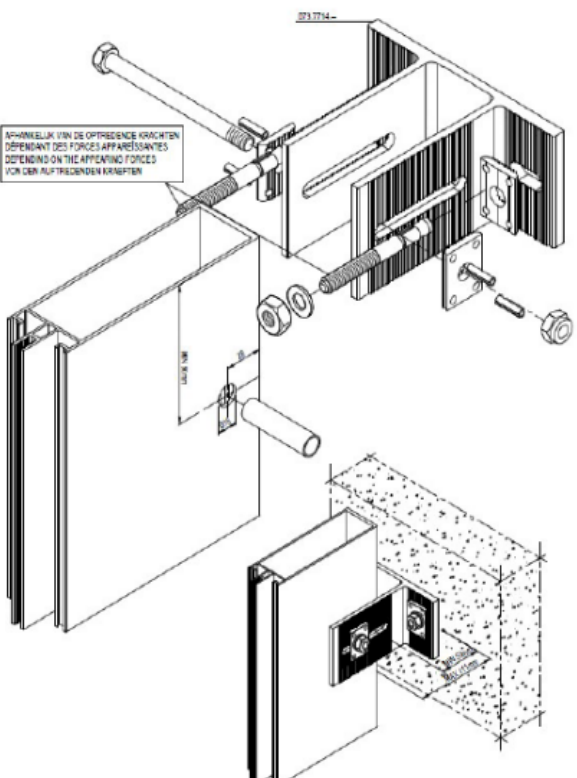
Bij vaste verankeringen worden windlasten en het eigen gewicht van de gevel afgedragen naar de structuur.

Wind verankering

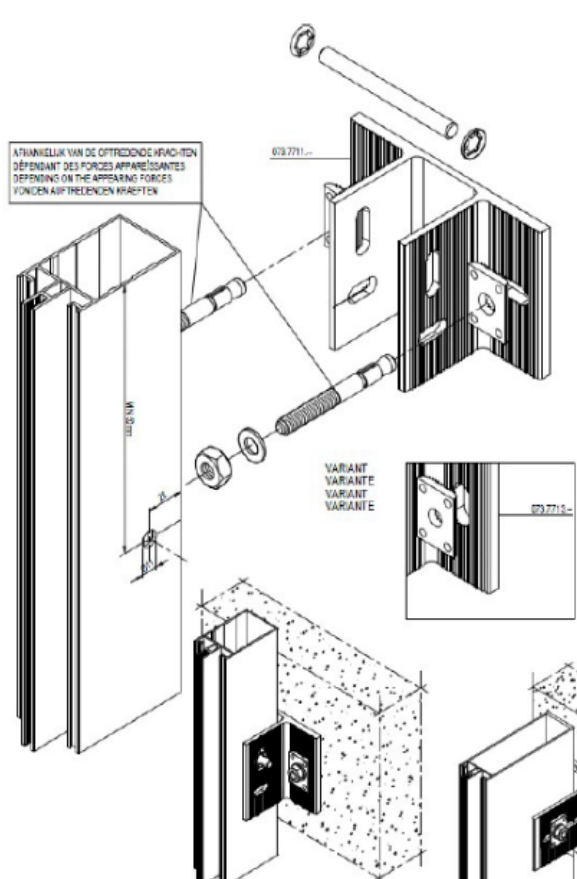


Bij losse verankeringen worden alleen windlasten afgedragen naar de structuur. Zij laten een uitzetting van de stijlen toe onder temperatuurschommelingen.

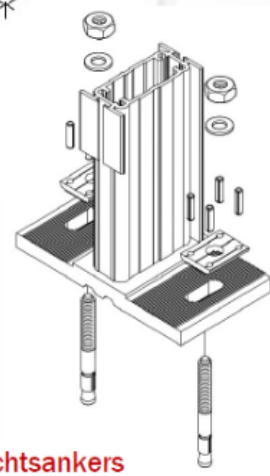
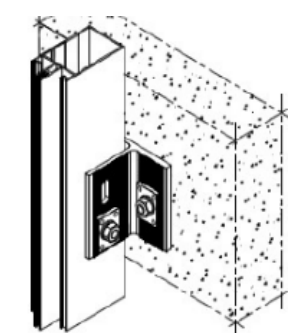
Statica



Gewichts- + windanker in diepte regelbaar



Windankers



Gewichtsankers

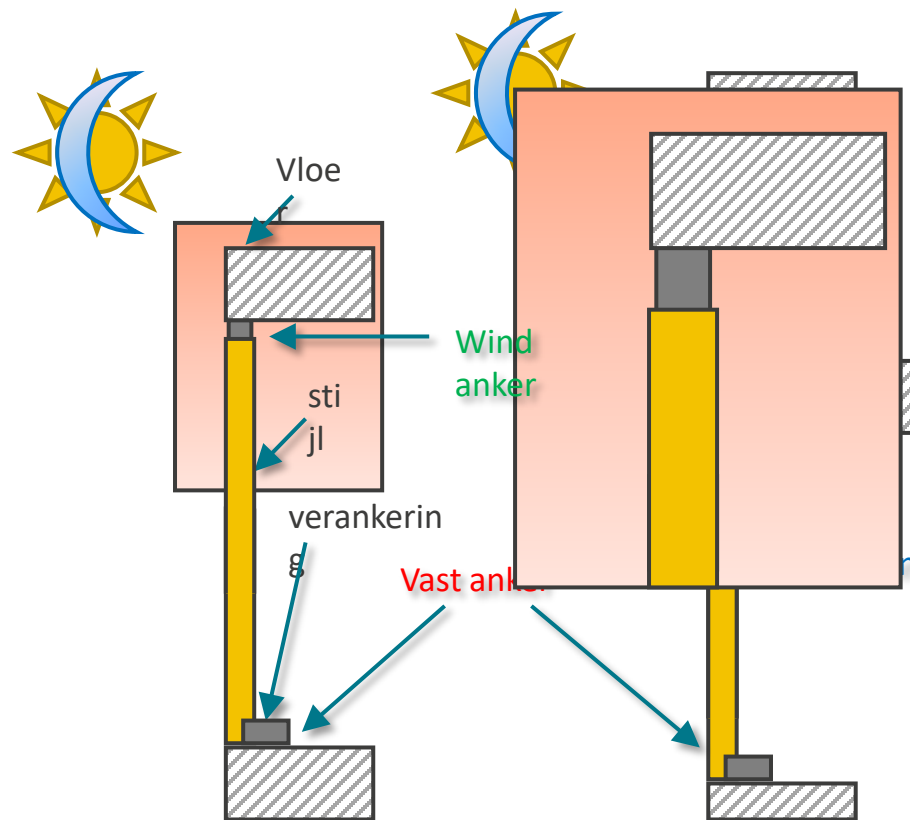
Statica

Verankering

Bij een temperatuur- verschil van $\pm 20^{\circ}\text{C}$ is de uitzetting ± 0.5 mm per meter profiellengte.

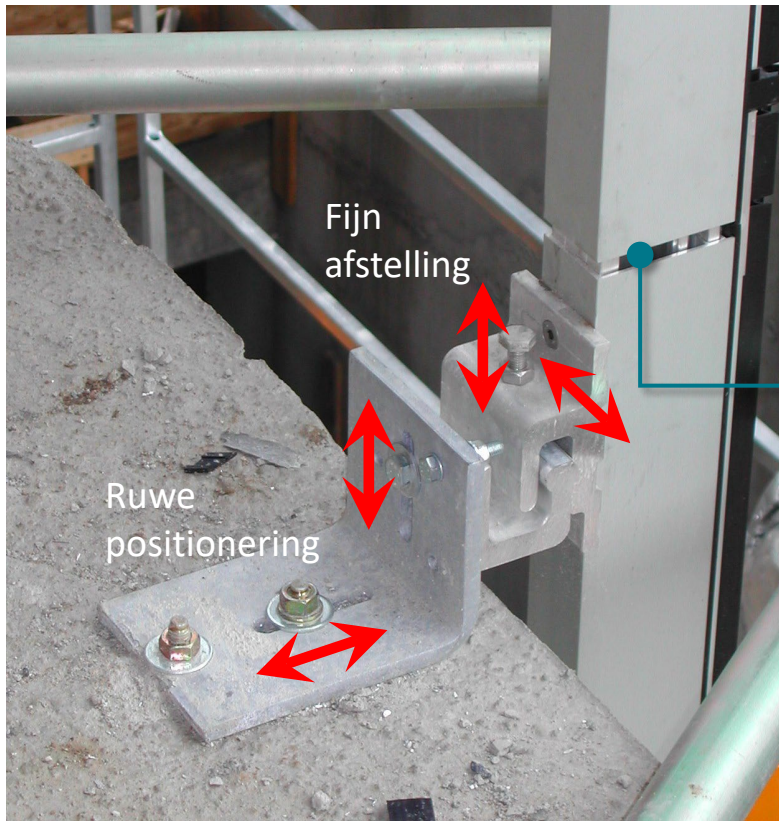
Als gevolg hiervan mag elk stijlsegment slechts één vast of gewichts- anker hebben.

Alle andere bevestigings- punten zijn uit te voeren als losse of wind- verankering.



Statica

Verankering



Mogelijkheid om het anker in drie richtingen te regelen.

Thermische uitzetting is verzekerd in de verbinding van de stijlen.

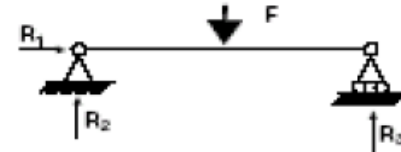
Statica

Verankering

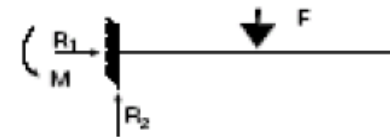
statisch bepaalde constructie =
evenveel onbekenden dan
vergelijkingen.

statisch onbepaalde constructie =
meer onbekenden dan
vergelijkingen.
Deze berekeningen maken deel uit
van de sterkteleer

3 onbekenden
statisch bepaald



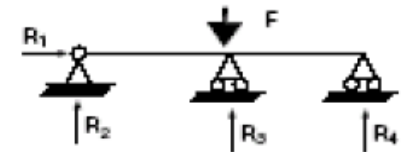
3 onbekenden
statisch bepaald



4 onbekenden
statisch onbepaald



4 onbekenden
statisch onbepaald



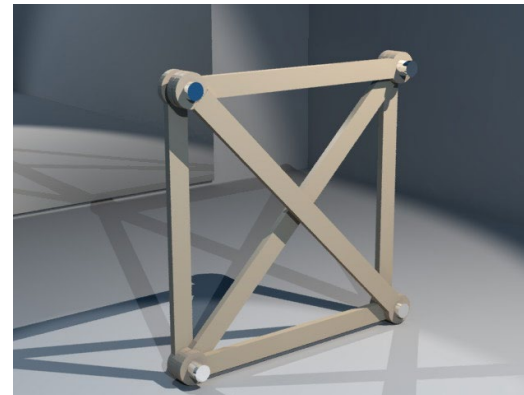
Statica

Statisch bepaald

Een constructie zoals een vakwerk kan uitwendig statisch bepaald, maar inwendig statisch onbepaald zijn.

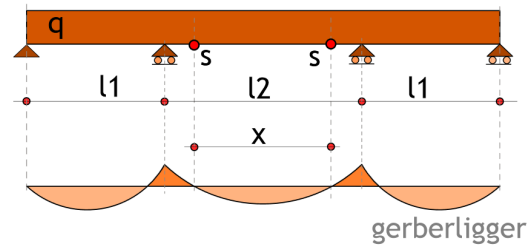
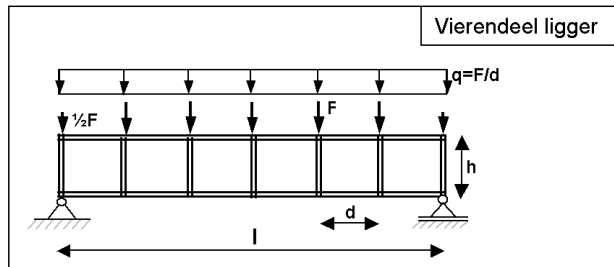
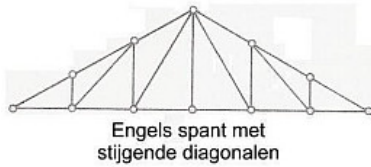
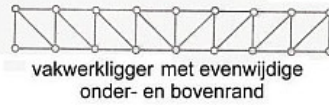
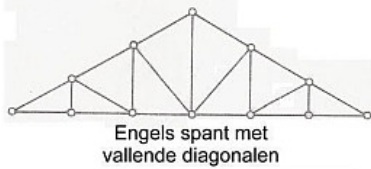
De constructie is inwendig statisch bepaald als inwendige vervormingen mogelijk zijn door een verbinding weg te nemen.

Wanneer het inwendig vervormen van een constructie, overvloedig wordt verhinderd, spreekt men van een statisch onbepaalde constructie.



Statica

Inwendige vrijheidsgraden



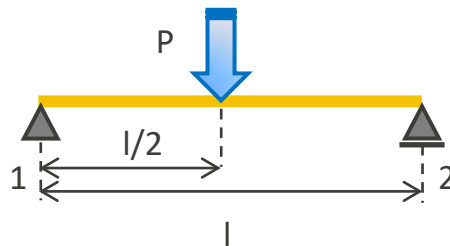
Statica

Puntlast

Een puntlast is een belasting, waarbij de oppervlakte van het aangrijpingsvlak klein is in verhouding tot het voorwerp.

Symbol P

Eenheid N (Newton)



Statica

Lijnlast

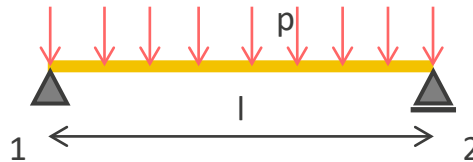
Een lijnlast of verdeelde belasting grijpt aan over een lengte.

Verdeelde lasten kunnen willekeurige van vorm zijn

De totale belasting bedraagt: lengte lijnlast * gemiddelde grootte lijnlast.

Symbool p

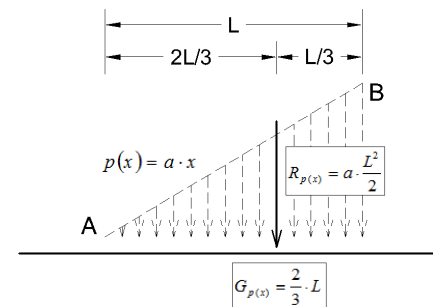
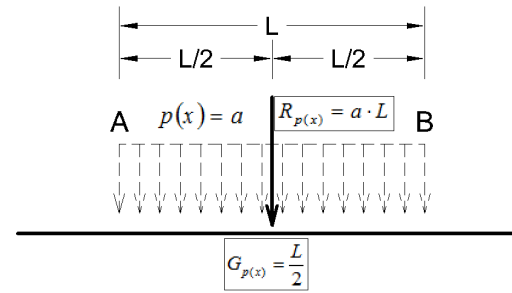
Eenheid N/m (Newton/meter)

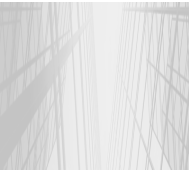


Statica

Lijnlast

Voor het berekenen van de uitwendige krachten, mogen we elke verdeelde kracht vervangen door de resulterende kracht R aangrijpend in het zwaartepunt G van de verdeelde kracht.





Statica

Druk

Druk staat voor de drukkracht per oppervlakte-eenheid. Deze wordt uitgeoefend op het oppervlak van een object dat zich in het medium bevindt

Symbool P

$$P = F/A$$

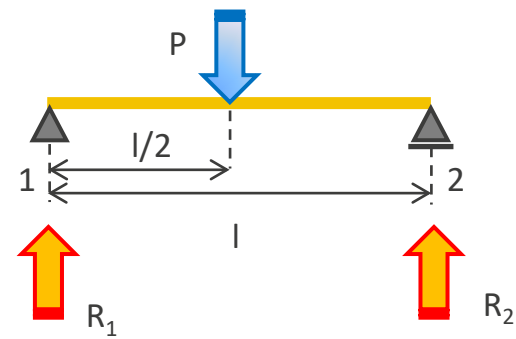
Eenheid Pa (Pascal)

$$\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2$$

Statica

Voorbeeld oefening 1

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie



Statica

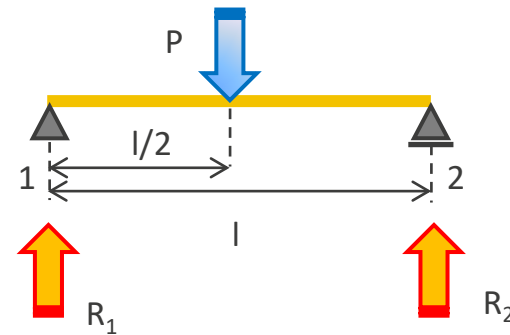
Voorbeeld oefening 1

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie

$$\begin{array}{ll} 0 = 0 & (\Sigma F(x) = 0) \\ P = R_1 + R_2 & (\Sigma F(y) = 0) \\ P \times l/2 = R_2 \times l & (\Sigma M = 0) \end{array}$$

$$\Rightarrow R_2 = P/2$$

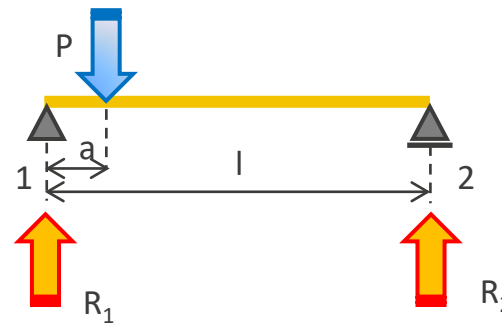
$$\Rightarrow R_1 = P - R_2 = P - P/2 = P/2$$



Statica

Voorbeeld oefening 2

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie



Statica

Voorbeeld oefening 2

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie

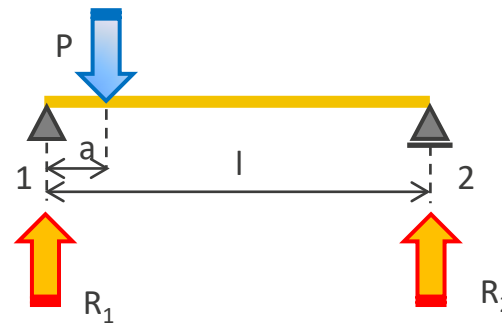
$$0 = 0 \quad (\Sigma F(x) = 0)$$

$$P = R_1 + R_2 \quad (\Sigma F(y) = 0)$$

$$P \times a = R_2 \times l \quad (\Sigma M = 0)$$

$$\Rightarrow R_2 = Pa/l$$

$$\Rightarrow R_1 = P - R_2 = P - Pa/l = P(l-a)/l$$

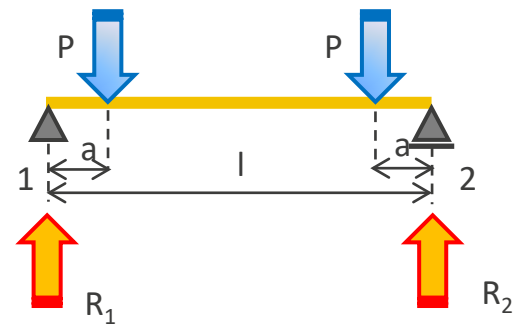


Statica oefeningen

Statica

Oefening 3

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie

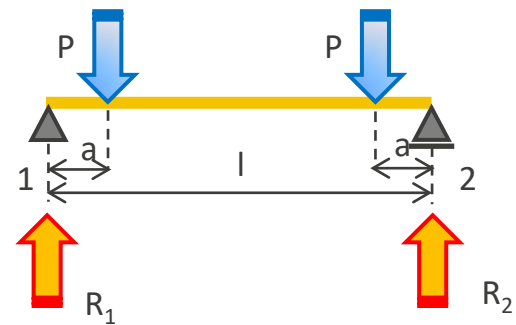


Oefening 3

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie

$$\begin{aligned} 0 &= 0 & (\Sigma F(x) &= 0) \\ P+P &= R_1 + R_2 & (\Sigma F(y) &= 0) \\ P \times a + P \times (l-a) &= R_2 \times l & (\Sigma M &= 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow R_2 &= (Pa + Pl - Pa)/l = P \\ \Rightarrow R_1 &= 2P - R_2 = 2P - P = P \end{aligned}$$

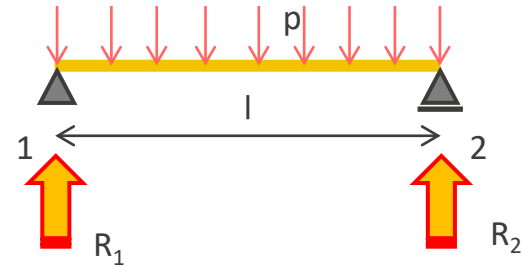




Statica

Oefening 4

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie



Statica

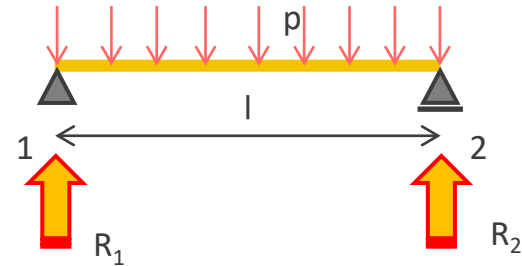
Oefening 4

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie

$$\begin{aligned} 0 &= 0 & (\Sigma F(x) &= 0) \\ p \times l &= R_1 + R_2 & (\Sigma F(y) &= 0) \\ p \times l \times l/2 &= R_2 \times l & (\Sigma M &= 0) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R_2 = pl/2$$

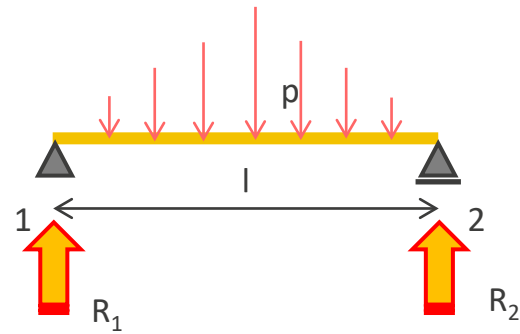
$$\Rightarrow R_1 = pl - R_2 = pl - pl/2 = pl/2$$



Statica

Oefening 5

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie



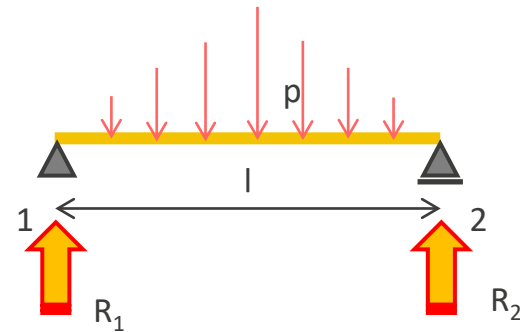
Statica

Oefening 5

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie

$$\begin{aligned} 0 &= 0 & (\Sigma F(x) &= 0) \\ p \times l/2 &= R_1 + R_2 & (\Sigma F(y) &= 0) \\ p \times l/2 \times l/2 &= R_2 \times l & (\Sigma M &= 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p l^2/4 &= R_2 \times l \\ \Rightarrow (p l^2/4)/l &= R_2 \\ \Rightarrow R_2 &= p l/4 \\ \Rightarrow R_1 &= p l/2 - R_2 = p l/2 - p l/4 = p l/4 \end{aligned}$$



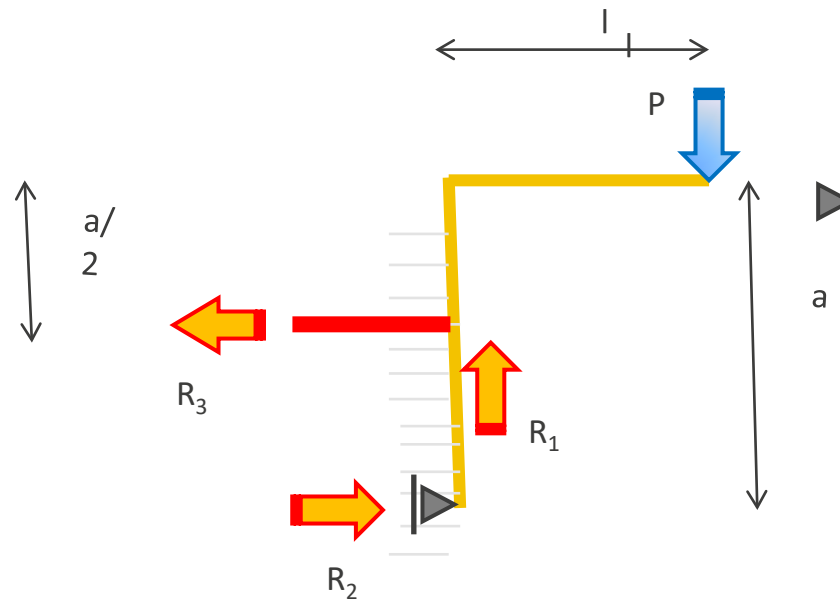
Statica

Oefening 6

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie

$$\begin{aligned} R_3 &= R_2 & (\Sigma F(x) &= 0) \\ P &= R_1 & (\Sigma F(y) &= 0) \\ P \times l &= R_3 \times a/2 & (\Sigma M &= 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow R_3 &= 2Pl/a \\ \Rightarrow R_2 &= 2Pl/a \end{aligned}$$



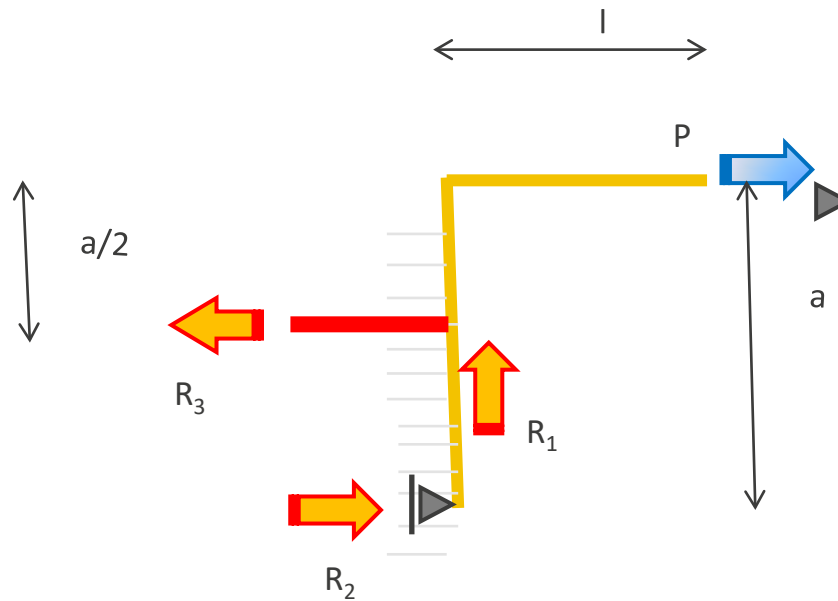
Statica

Oefening 7

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie

$$\begin{aligned} P &= R_2 + R_3 & (\Sigma F(x) &= 0) \\ R_1 &= 0 & (\Sigma F(y) &= 0) \\ P \times a &= R_3 \times a/2 & (\Sigma M &= 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow R_3 &= 2P \\ \Rightarrow R_2 &= P - 2P = -P \end{aligned}$$



Statica

Oefening 8

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie

$$R_3 = R_2 + P$$

$$P = R_1$$

$$P \times l + P \times a = R_3 \times a/2$$

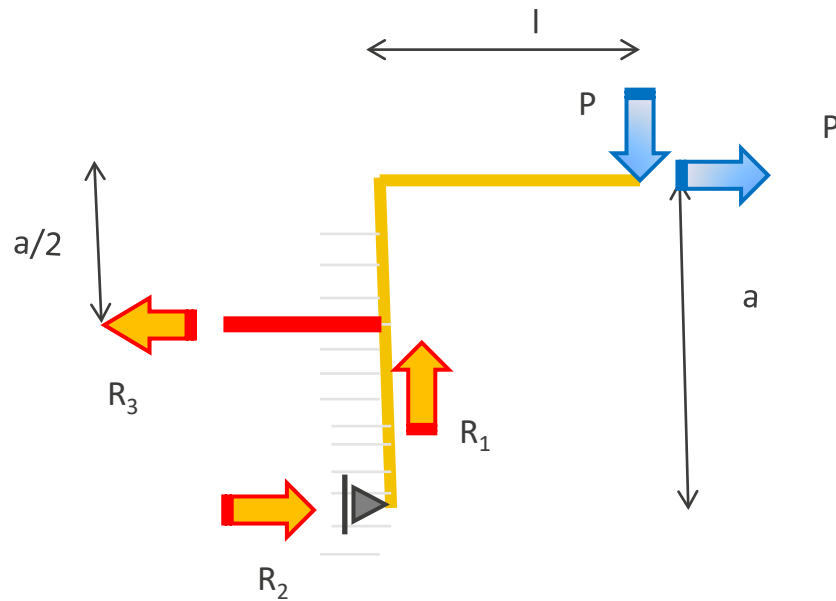
$$(\sum F(x) = 0)$$

$$(\sum F(y) = 0)$$

$$(\sum M = 0)$$

$$\Rightarrow R_3 = 2P(l+a)/a$$

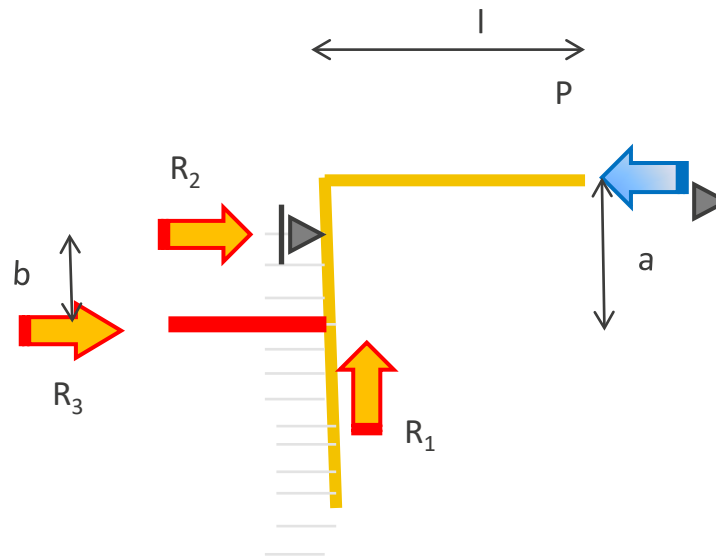
$$\Rightarrow R_2 = 2P(l+a)/a - P$$



Statica

Oefening 9

Bepaal de oplegreacties van de naastliggende constructie



Sterkteleer



Sterkteleer

De sterkte van een structuur is de eigenschap om te weerstaan aan uitwendige belasting

De stijfheid van een structuur is de eigenschap om te weerstaan aan vervorming

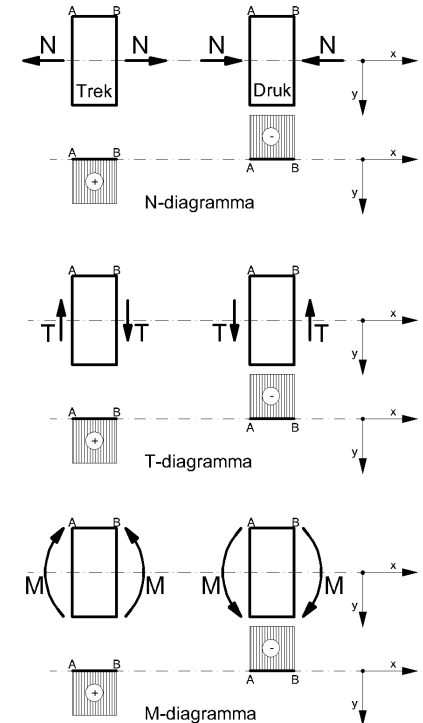
Sterkteleer

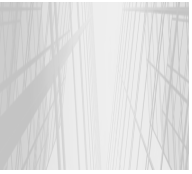
Snedekrachten

Een belasting op een voorwerp veroorzaakt een vormverandering. Daarbij ontstaan inwendige krachten of snedekrachten in het voorwerp.

Deze snedekrachten zijn onder te verdelen in:

- Een normaalkracht F_n
- Een buigmoment M_b
- Een dwarskracht F_d
- Een wringmoment M_w .

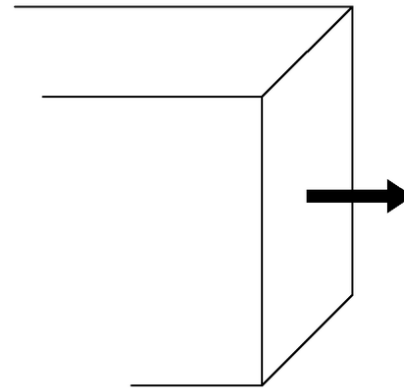




Sterkteleer

Een kracht die loodrecht op het buitenoppervlak van een voorwerp staat.

We spreken van trekkracht en drukkracht



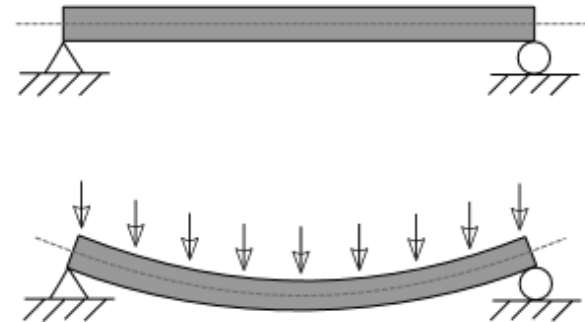


Sterkteleer

Buigmoment

Een buigmoment ontstaat in een voorwerp wanneer dit verbogen wordt.

Wanneer een buigend moment in een constructiedeel aanwezig is, veroorzaakt het hierin zowel trek- als drukkrachten.

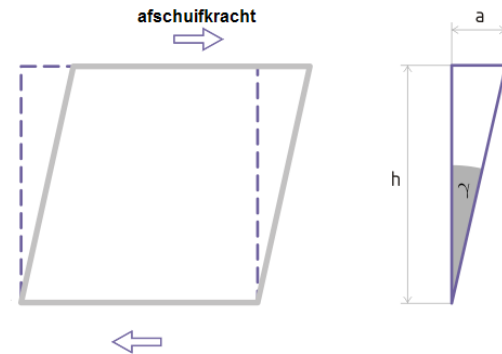


Sterkteleer

Schuifkracht

Een schuifkracht of dwarskracht is een kracht die zich in het vlak van de dwarsdoorsnede bevindt.

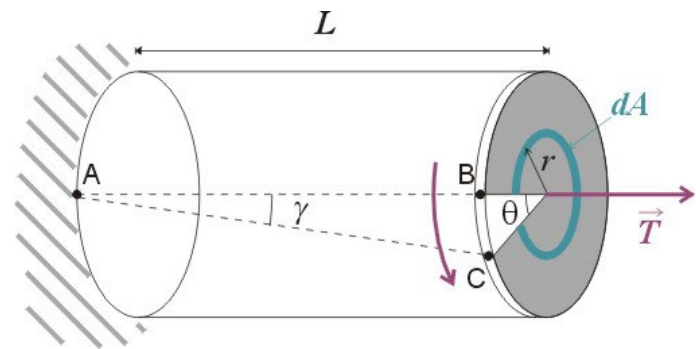
Een schuifkracht kan ook ontstaan door buiging of wringing



Sterkteleer

Wringmoment

Wringmomenten veroorzaken een rotatie van een voorwerp in het yz-vlak, rond de x-as.



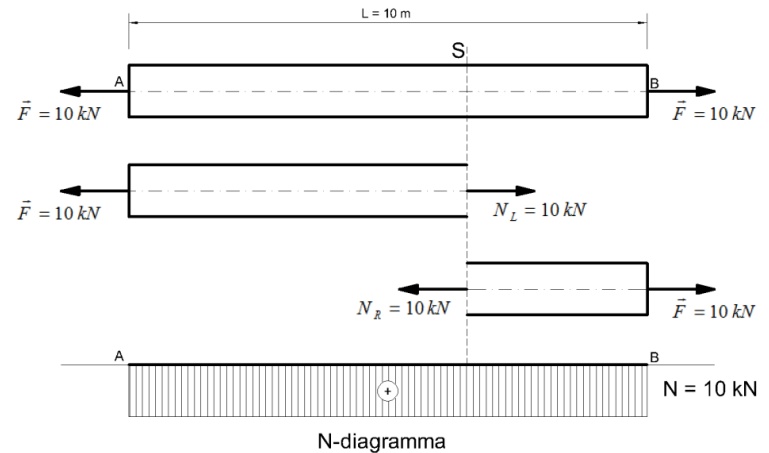
Sterkteleer

NT- Diagramma

Om constructies te berekenen moeten we het verloop van de snedekrachten over de volledige balk te kennen.

"N T M - diagramma's", zijn een grafische voorstelling van de normaalkracht N, de dwarskrachten T en de momenten M.

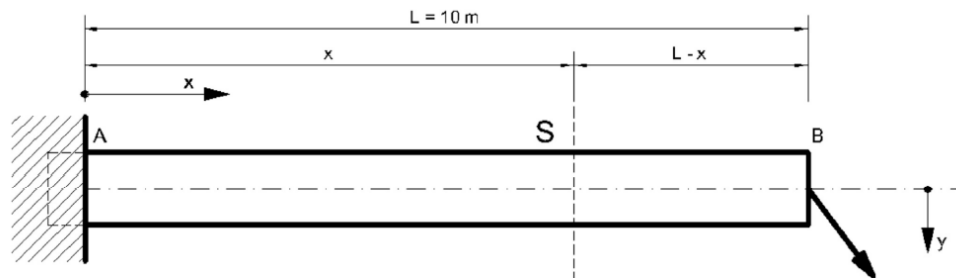
Ze geven snel inzicht in de interne krachswerking in een structuur,



Sterkteleer

NTM – diagrama voorbeeldberekening

Bepaal het dwarskrachtendiagramma en momentendiagramma van onderliggende constructie

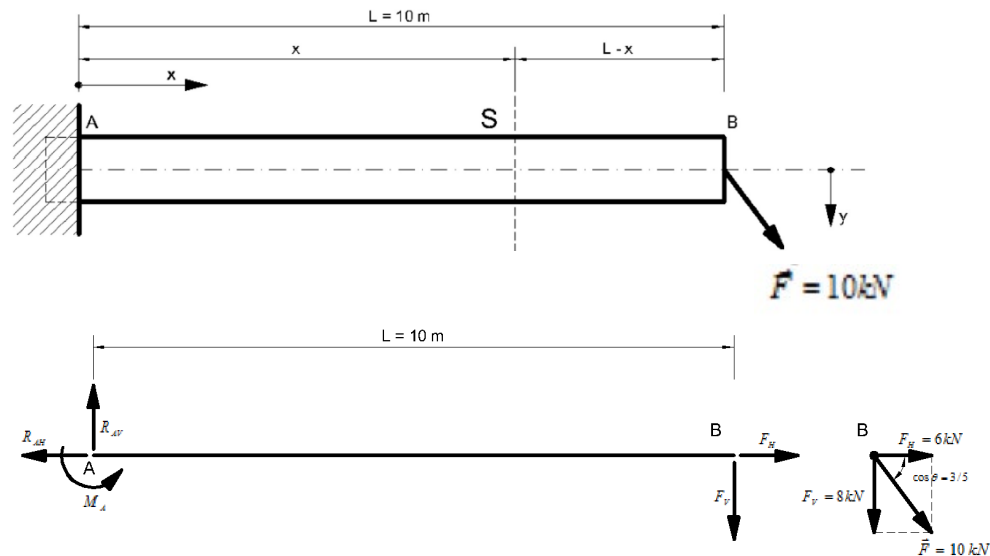


Sterkteleer

NTM – diagramma voorbeeldberekening

We splitsen de kracht F volgens de x en de y as en bepalen de oplegkrachten:

$$\begin{aligned} R_{AV} &= 8 \text{ kN} \\ R_{AH} &= 6 \text{ kN} \\ M_A &= -80 \text{ kNm} \end{aligned}$$



Sterkteleer

NTM – diagramma voorbeeldberekening

We beschouwen de willekeurige snede S, waarop de snedekrachten werkzaam zijn.

We beschouwen het rechterdeel, omdat hier maar 2 uitwendige krachten inwerken. De externe krachten inwerkend op het rechterdeel zijn statisch gelijkwaardig met de snedekrachten op het linkerdeel

Horizontaal evenwicht

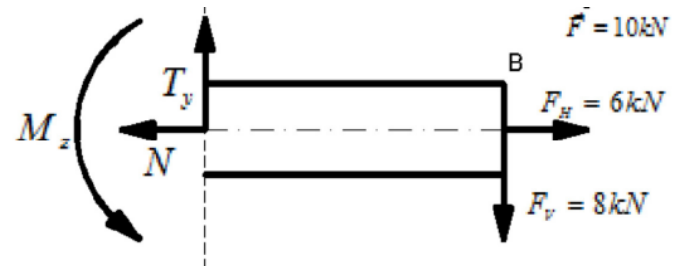
$$N = F_H = 6kN$$

Vertikaal evenwicht

$$T_y = F_V = 8kN$$

Momenten evenwicht

$$M_z = 0 \times F_H - (L - x) \times F_V = -F_V \times (L - x)$$

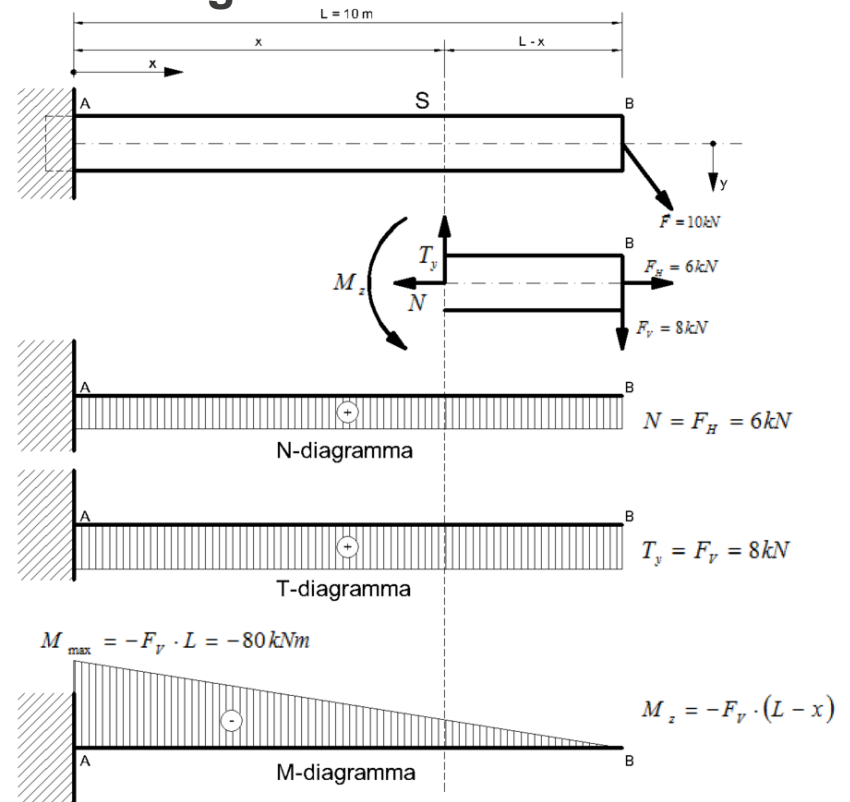
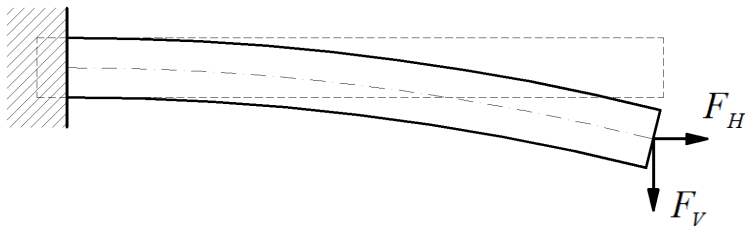


Sterkteleer

NTM – diagramma voorbeeldberekening

De uitdrukkingen zijn geldig voor alle mogelijke snedes S , zodat we met de berekende snedekrachten de NTM-diagramma's kunnen opstellen.

De buigmomenten worden in het M-diagramma steeds uitgezet aan de "uitgerokken zijde" van de balk





Sterkteleer

NTM – diagramma voorbeeldberekening

We kunnen op basis van de NTM-diagramma's vaststellen dat:

- De normaalkracht N over de hele lengte van de balk gelijk is aan
- De dwarskracht T over de hele lengte van de balk gelijk is aan
- Het buigmoment M varieert lineair over de lengte van de balk volgens de formule, met een maximum van -80 kNm in punt A ($x=0$ invullen in de uitdrukking voor M) en het moment is gelijk aan 0 in punt B ($x=L$ invullen in de uitdrukking voor M)
- De balk wordt inwendig het zwaarst belast aan de inklemming ter hoogte van punt A.

Het opsporen van de zwaarst belaste snede in een structuur is één van de fundamentele zaken voor de berekening van structuren .

Bij het ontwerp van een constructieonderdeel is één van de eerste vereisten dat het constructieonderdeel alvast in zijn zwaarst belaste snede sterk genoeg is om aan de inwendige krachten te weerstaan.



Sterkteleer

Spanning

Een spanning is de kracht die wordt uitgeoefend per oppervlakte-eenheid.

Spanning wordt uitgedrukt met de Griekse letter σ (sigma),

Eenheid N/m^2 (Newton/meter²) of N/mm^2



Sterkteleer

Trekspanning

De trekspanning is een mechanische spanning die tot uitrekking van een materiaal leidt. De lengte van het materiaal kan toenemen tot de treksterkte van het materiaal wordt overschreden, waarna het breekt.

In een staaf waaraan aan beide kanten wordt getrokken wordt de trekspanning gegeven door:

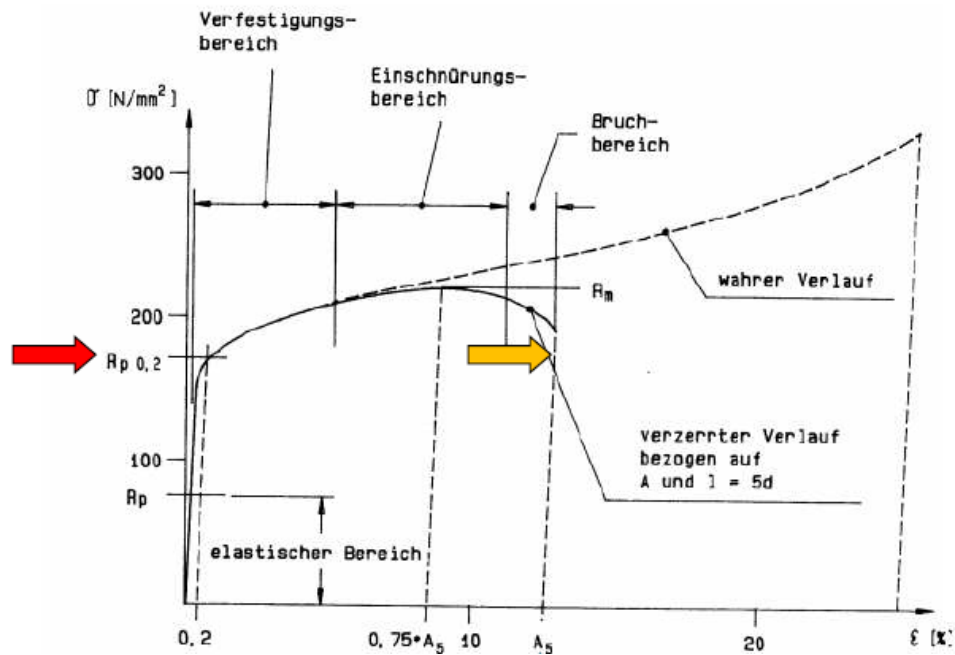
$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Een trekspanning wordt meestal positief genoteerd, voor een verlenging van een materiaal. Dat resulteert in een positieve spanning.

Eenheid Pa (Pascal) Pa = N/m²

Sterkteleer

Spanning – rek diagramma voor aluminium legeringen





Sterkteleer

Schuifspanning

Schuifspanning vervormt het materiaal zonder dat het volume van het materiaal verandert.

In een staaf wordt de schuifspanning gegeven door:

$$\tau = \frac{T}{A}$$

Eenheid Pa (Pascal) Pa = N/m²



Sterkteleer

Buigspanning

De buigspanning is de spanning die in een materiaal optreedt ten gevolge van buiging. De buiging komt voort uit de inwendige krachten en momenten

In een staaf onderworpen aan een moment is de buigspanning :

$$\sigma = \frac{M y}{I}$$

In deze formule zijn:

- y = De afstand tot de neutrale lijn in mm.
- I = traagheidsmoment in mm^4

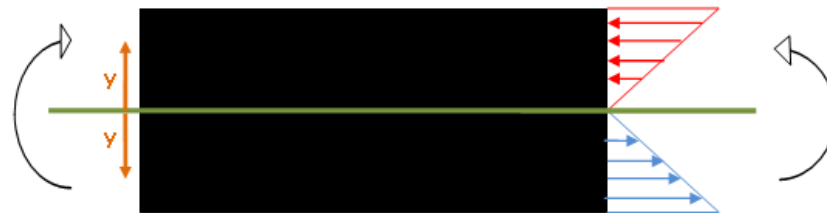
Eenheid Pa (Pascal) $\text{Pa} = \text{N/m}^2$

Sterkteleer

Neutrale lijn

De neutrale lijn van een doorsnede van een balk is die lijn die, wanneer die balk op een buigmoment wordt belast, niet onder buigspanning staat. Ter hoogte van deze lijn zijn geen trek- of drukkrachten aanwezig.

hoe verder je van de neutrale lijn verwijderd ben hoe groter de buigspanning wordt. Om die reden wordt bij de buigspanning formule vaak met de grootste y gerekend omdat je dan de maximale buigspanning zal vinden.





Sterkteleer

Elasticiteitsmodulus

Een belasting veroorzaakt een vormverandering.

Zodra de belasting weggenomen wordt, zal het voorwerp zijn nieuwe vorm behouden of geheel of gedeeltelijk zijn oude vorm hernemen.

De mate waarin dit gebeurt, hangt af van de veerkracht of elasticiteit van het materiaal.



Sterkteleer

Elasticiteitsmodulus

De elasticiteitsmodulus E is een maat voor de stijfheid van een materiaal.

De elasticiteitsmodulus is de spanning nodig om het proefstuk in de lengte te verdubbelen.

De elasticiteitsmodulus is vrijwel constant per materiaal.

De modulus kan verschillend zijn per richting voor een anisotroop materiaal. Zo is hout veel stijver in de richting van de vezels dan dwars er op

Eenheid Pa (Pascal) $\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2$



Sterkteleer

Elasticiteitsmodulus

Materiaal	E modulus (N/mm ²)
Hout	10 000 (:7); n=1/7
Aluminium	70 000 (1) Referentie materiaal
Staal	210 000 (*3); n=3



Sterkteleer

Traagheidsmoment

Het traagheidsmoment is een eigenschap van constructiedelen die de weerstand tegen doorbuiging in een bepaalde richting bepaalt, en is uitsluitend afhankelijk van zijn vorm en afmetingen en niet van het toegepaste materiaal.

Voor een tweedimensionaal object is het traagheidsmoment als volgt gedefinieerd:

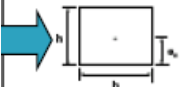

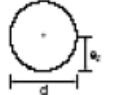



$$I = \int_A r^2 \cdot dA$$

met dA een oppervlakte-element, zodat I eenheden van lengte tot de vierde macht heeft.

Eenheid mm^4

Sterkteleer

Traagheidsmoment

profiel	oppervlakte A	zwaartepunt e_z [1]	traagheidsmoment I_y [2]
	$b \cdot h$	$h/2$	$b \cdot h^3 / 12$
	$b \cdot h / 2$	$h/3$	$b \cdot h^3 / 36$
	$\pi \cdot d^2 / 4$	$d/2$	$\pi \cdot d^4 / 64$
	$\pi \cdot r^2 / 2$	$0,4244 \cdot r$	$0,10976 \cdot r^4$
	$\pi \cdot r^2 / 4$	$0,4244 \cdot r$	$0,05488 \cdot r^4$
	$0,2146 \cdot r^2$	$0,7766 \cdot r$	$0,00755 \cdot r^4$

http://www.designerdata.nl/tools/traagheidsmoment_van_de_doorsnede.php?PHPSESSID=11cca8f94c8f3f49d3f19648f52d43bb

Traagheidsmoment : Stelling van Steiner

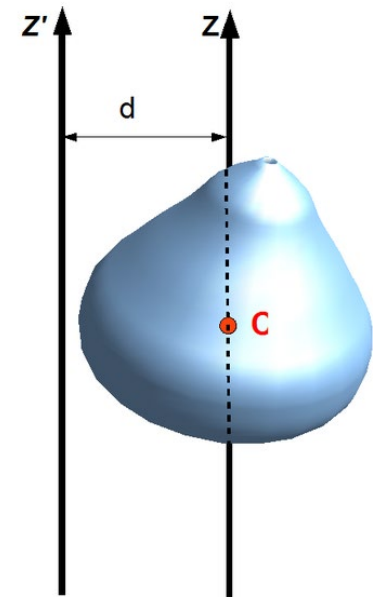
Tabellen met traagheidsmomenten geven doorgaans enkel formules voor die traagheidsmomenten ten opzichte van een vaste as door het zwaartepunt (neutrale lijn)

Met de stelling van Steiner kan het traagheidsmoment ten opzichte van een as, niet door het massacentrum, maar wel evenwijdig aan deze door het massacentrum berekend worden:

$$I_{z'} = I_z + d^2 \times A$$

Hierin is:

- d de afstand van het zwaartepunt tot de beschouwde as dus de afstand tussen beide assen
- I_z het traagheidsmoment ten opzichte van de as door het zwaartepunt de massa van het voorwerp
- A de oppervlakte van het voorwerp.





Sterkteleer

Traagheidsmoment

De doorbuiging van een balk is omgekeerd evenredig met het traagheidsmoment van die balk en de elasticiteitsmodulus. (EI)

Een platte balk zal vrij veel doorbuigen. Een vierkante balk heeft een hogere I en zal een stuk minder doorbuigen

Een I-profiel heeft een zeer grote I , doordat een groot deel van zijn oppervlakte op een grote afstand tot het zwaartepunt ligt.

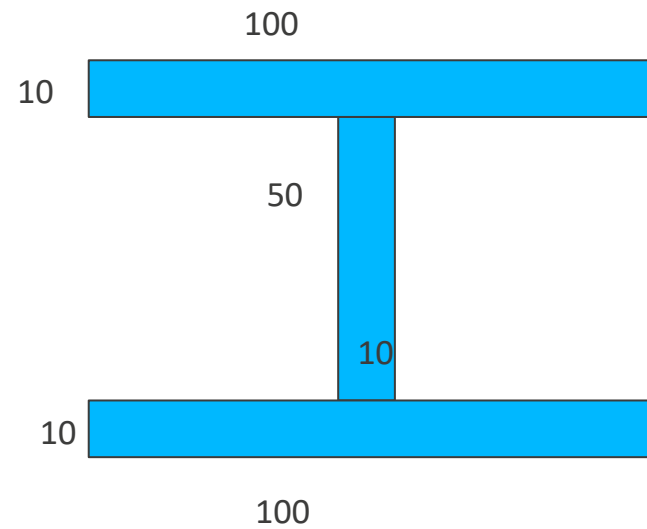
De hoogte van de balk werkt namelijk tot de 3de macht mee terwijl de breedte van de balk tot de eerste macht meewerkt (zie de formule).

Voor een rechthoekige balk is dit $1/12 * \text{breedte} * \text{hoogte tot de derde macht} = (1/12)bh^3$.

Sterkteleer

Traagheidsmoment – Oefening 1

Bepaal de inerties rond de 2 hoofdassen van onderstaand I profiel



Sterkteleer

Traagheidsmoment – Oefening 1

Bepaal de inerties rond de 2 hoofdassen van onderstaand I profiel

$$I_{xx} = 2 \times (100^3 \times 10)/12 + (10^3 \times 50)/12$$

$$I_{xx} = 167 \text{ cm}^4$$

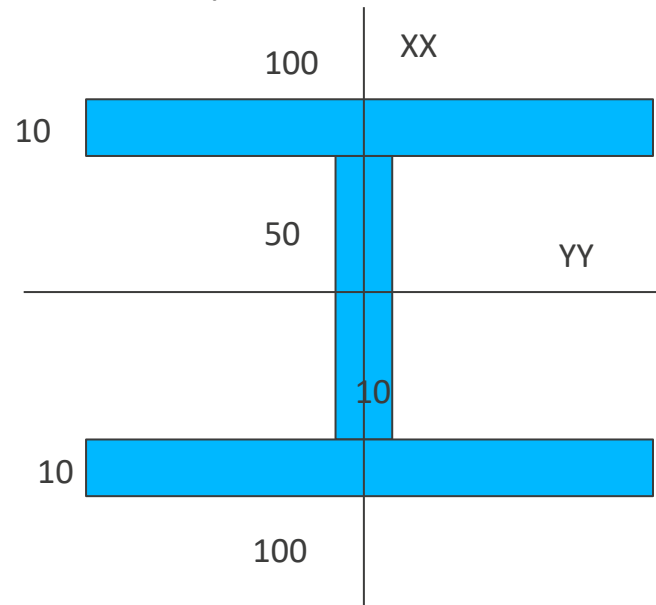
$$I_{yy} = (70^3 \times 100)/12 - 2 \times (50^3 \times 45)/12$$

$$I_{yy} = 192 \text{ cm}^4$$

Of via stelling van Steiner :

$$I_{yy} = 2 \times (10^3 \times 100)/12 + 2 \times (10 \times 100 \times 30^2) + (50^3 \times 10)/12$$

$$I_{yy} = 192 \text{ cm}^4$$



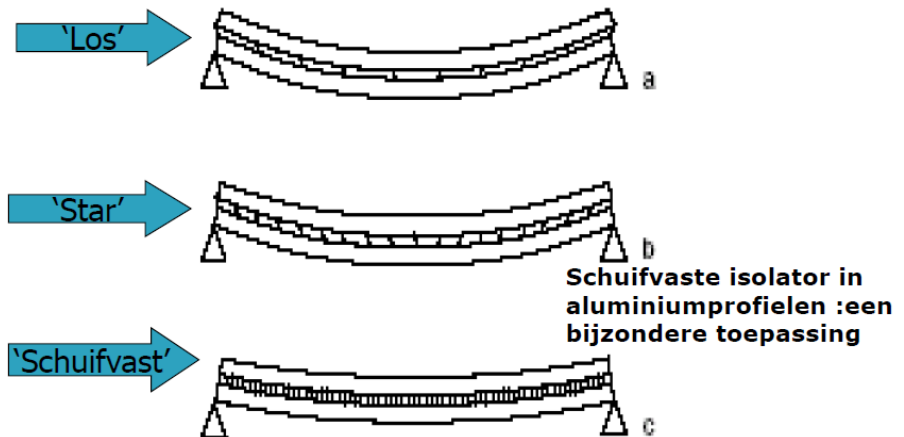
Sterkteleer

Traagheidsmoment – speciale toepassingen

Losse verbinding van 2 profielen uit verschillende materialen

Thermische geïsoleerde profielen (75% - 80% regel)

Opgeschroefde versterking



Sterkteleer

Verbinding van 2 profielen uit verschillende materialen

De buigstijfheid van een sectie uit meerdere materialen niet schuifvast (los) met elkaar verbonden wordt bepaald door :

$$\sum EI$$

Voor de berekening wordt alles eerst herleid naar 1 materiaal met een bijhorend equivalent traagheidsmoment

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = n E_2 I_1 + E_2 I_2 = E_2 (n I_1 + I_2)$$

Voorbeeld :

Alu profiel met $I = 100 \text{ cm}^4$

Stalen versterking met $I = 30 \text{ cm}^4$

$\Rightarrow I_{\text{equivalent}} = 190 \text{ cm}^4$

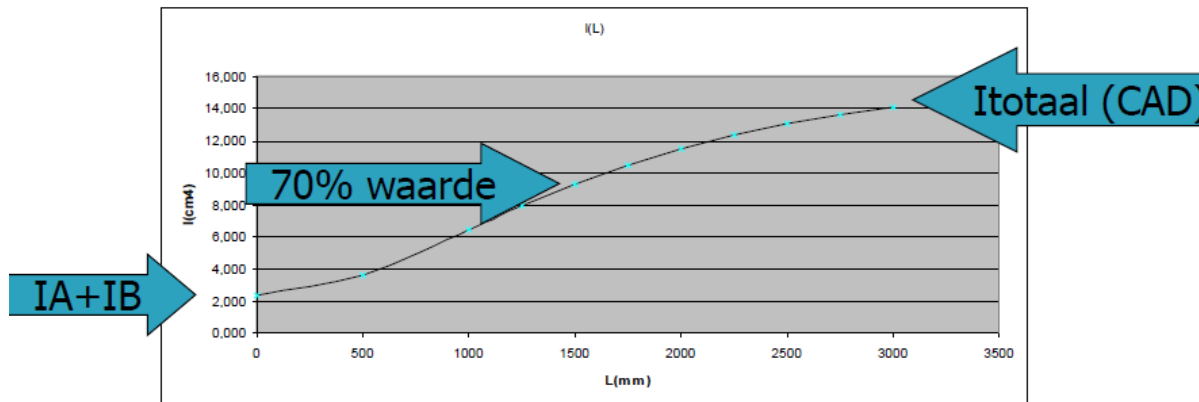
Materiaal	E Modulus (N/mm ²)
Hout	10 000 (:7); $n=1/7$
Aluminium	70 000 (1) Referentiemateriaal
Staal	210 000 (*3); $n=3$

Sterkteleer

Thermische geïsoleerde profielen

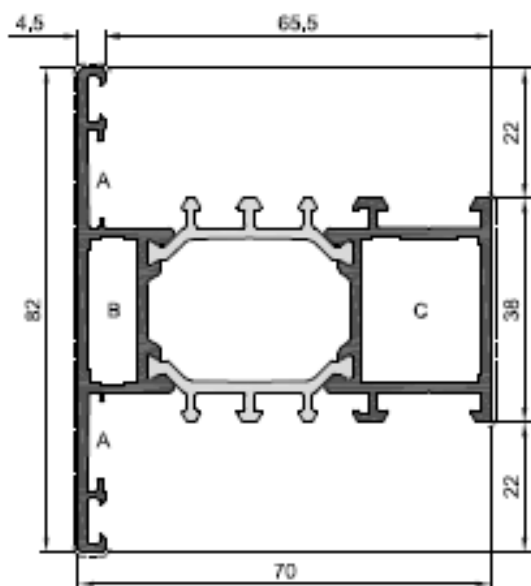
De eigenschappen van een geïsoleerd profiel wordt bepaald door de 2 halveschalen en de isolerende verbinder. De verbinder verzwakt het profiel in vergelijking met de theoretische waarde (stelling van steiner)

Het traagheidsmoment van geïsoleerde profielen varieert in functie van de lengte



Sterkteleer

Thermische geïsoleerde profielen



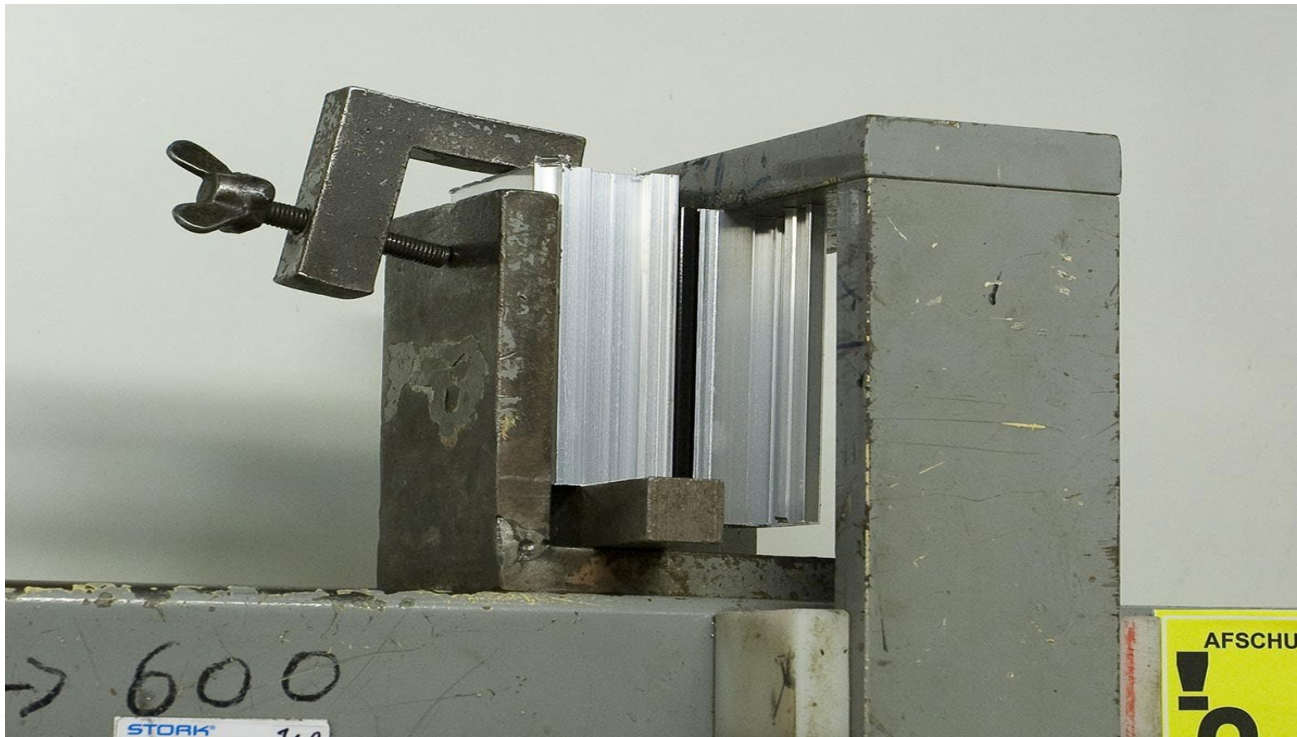
A7T002

✓	dr'fin	38.16	A	⊥	TS9ZD5	C	⊥	TS0M02	C	⊥	TS7M02	⊥	J.1.9	
●	dr'fin	12.95	B	⊥	TS9M00	C	⊥	TS0M05	-	-	-	⊥	H.8.1	
+	ly'cont	14.57	B	⊥	TS9W00	C	⊥	TS2M02	-	-	-	⊥	6.5	
	mm	800	1000		1200	1400	1600	1800	2000	2200	2400	2600	2800	3000
+	box cm²	8.22	10.54		12.91	15.21	17.36	19.34	21.11	22.70	24.10	25.34	26.42	27.38



Sterkteleer

Thermische geïsoleerde profielen





Sterkteleer

Opgeschroefde versteviging

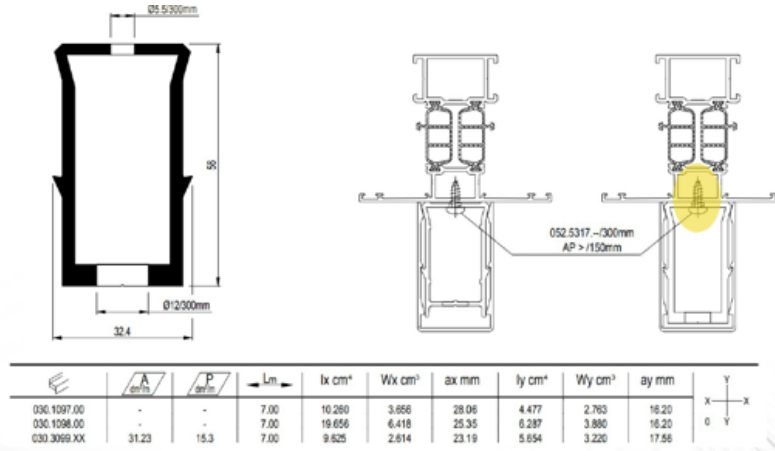
In bepaalde constructies worden de profielen schuifvast met elkaar verbonden.

Op deze werkwijze neemt het traagheidsmoment op belangrijke wijze toe.

Deze verbindingen dienen dan eventueel berekend te worden door een bepaling van de schuifspanningen in deze doorsnede.

Sterkteleer

Opgeschroefde versterking

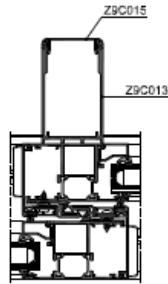


INTERPRETATIE

De Inertiewaarden uit onderstaande tabellen zijn geldig voor zover de versterking star is. Dit houdt in dat de bevestigingen maximaal elke 150 mm dienen te worden voorzien.

INTERPRETATION

Les Inerties figurant dans les tableaux ci-dessous ne sont valables que pour autant qu'il s'agit d'une connexion rigide, unifiant les 2 profiles. Les fixations doivent être prévues tous les 150 mm.



Fiel	Lg (cm)											
	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300
Chicane int.												
Z9C013 + C8V001	127.76	134.62	141.16	147.37	152.99	157.57	162.32	166.11	169.98	172.21	174.67	176.79
C8V020	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37
Z9C015	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16
Σ chicane int.	138.29	145.05	151.69	157.9	163.32	168.6	172.86	176.64	179.91	182.74	185.2	187.32
Chicane ext.												
C8V001	8.8	10.3	11.89	12.64	14.02	14.94	15.72	16.39	16.94	17.41	17.81	18.15
C8V020	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37	10.37
Σ chicane ext.	19.17	20.67	22.06	23.31	24.39	25.31	26.09	26.75	27.31	27.76	28.16	28.52
Σ chicane int. + ext.	157.46	165.72	173.75	181.21	187.91	193.81	198.94	202.59	207.22	210.52	213.38	215.84

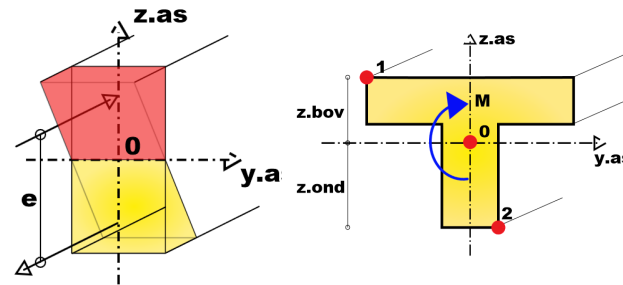
Sterkteleer

Weerstandsmoment

Het weerstandsmoment wordt uit het traagheidsmoment afgeleid

Het weerstandsmoment wordt gebruikt om de maximale spanningen in de doorsnede te bepalen.

Het weerstandsmoment is gelijk aan het traagheidsmoment gedeeld door de afstand tot de neutrale lijn, ook traagheidsstraal genoemd.



$$W_{bov} = \frac{I_{yy}}{+z_{bov}}$$

$$\sigma_{max;1} = \frac{M \cdot z_{bov}}{I_{yy}} = \frac{M}{W_{bov}}$$

$$W_{ond} = \frac{I_{yy}}{-z_{ond}}$$

$$\sigma_{max;2} = \frac{M \cdot (-z_{ond})}{I_{yy}} = \frac{M}{W_{ond}}$$

Sterkteleer

Bepaling doorsnede karakteristieken

- Manueel
- Catalogus
- CAD pakket

The screenshot displays a software interface for determining cross-section characteristics. On the left, a cross-section of a structural member is shown with a coordinate system. The Z-axis is vertical, the Y-axis is horizontal, and the X-axis is out of the page. The cross-section consists of a rectangular tube with a central vertical slot. On the right, a table titled 'Eigenschap' lists various properties and their values.

Eigenschap	
A [m ²]	9,1668e-04
A _y [m ²]	3,7924e-04
A _z [m ²]	4,9068e-04
AL [m ² /m]	4,8059e-01
AD [m ² /m]	7,8425e-01
cYUCS [mm]	0
cZUCS [mm]	4
α [deg]	0,00
I _y [m ⁴]	1,5077e-06
I _z [m ⁴]	3,2892e-07
i _y [mm]	41
i _z [mm]	19
W _{ely} [m ³]	2,3319e-05
W _{elz} [m ³]	1,3156e-05
W _{ply} [m ³]	3,3673e-05
W _{plz} [m ³]	1,5495e-05
M _{ply+} [Nm]	4,21e+03
M _{ply-} [Nm]	4,21e+03

Buttons at the bottom: Exporteren, Herlees, Document, OK, Annuleren.

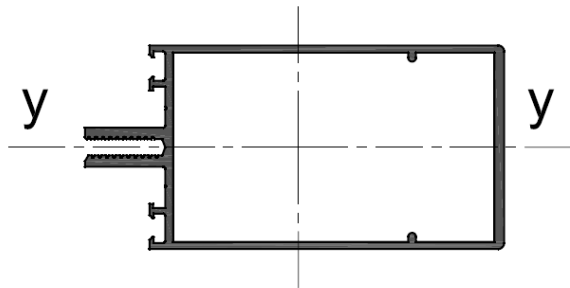
Sterkteleer

Weerstand tegen belasting

Voor de berekening van een profiel gaan we uit van een 2 zijdig scharnierend opgelegde balk, waarvan de doorbuiging kleiner is dan zijn hoogte

Er mag dan worden vanuit gegaan dat de normaalkrachten verwaarloosbaar zijn.

De momenten in de oplegging zijn nul (scharnierend opgelegd)

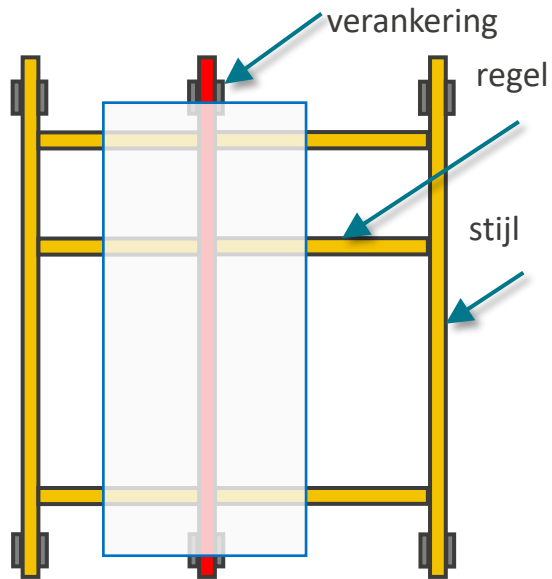


$$I_{yy} = 25,29 \text{ cm}^4$$

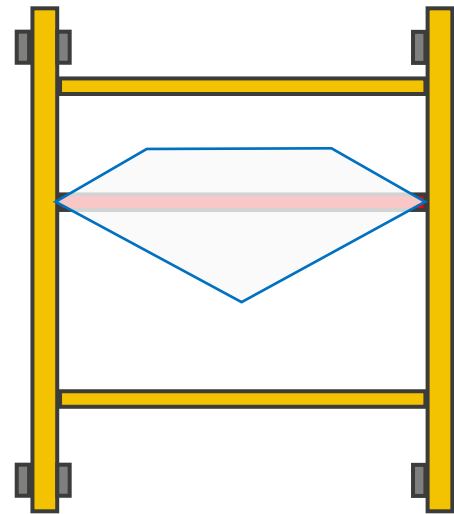
Sterkteleer

Belastingsveld

Stijlengte tussen de verankeringspunten x ($\frac{1}{2}$ linkerveldbreedte + $\frac{1}{2}$ rechterveldbreedte)



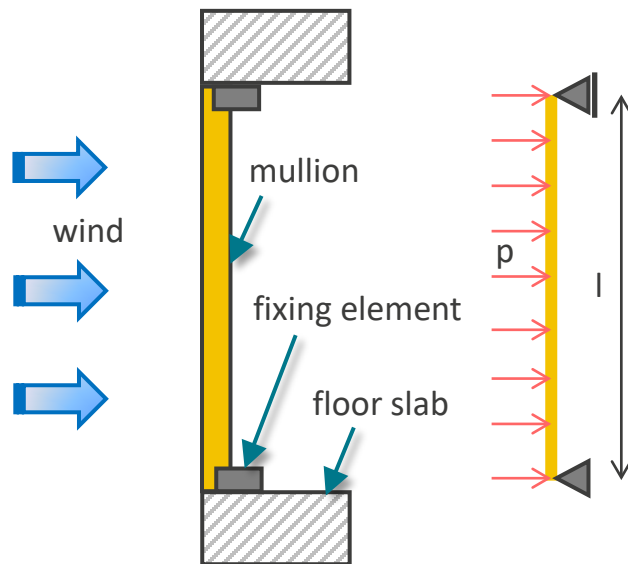
Trapeziumvormige oppervlakte boven de regel diehoekige oppervlakte onder de regel



Sterkteleer

Windbelasting

De eenvoudigste constructie is die waarbij de stijlen gebruikt worden als een overspanning op 2 steunpunten

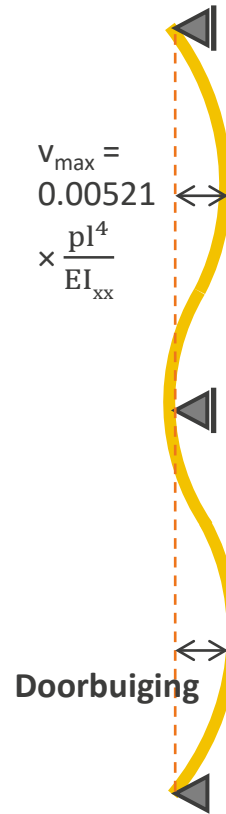
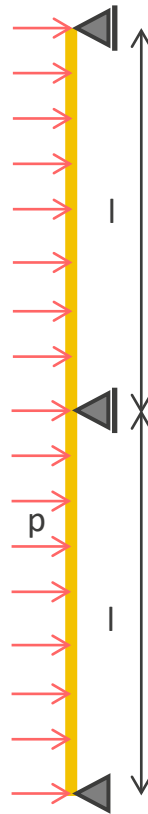
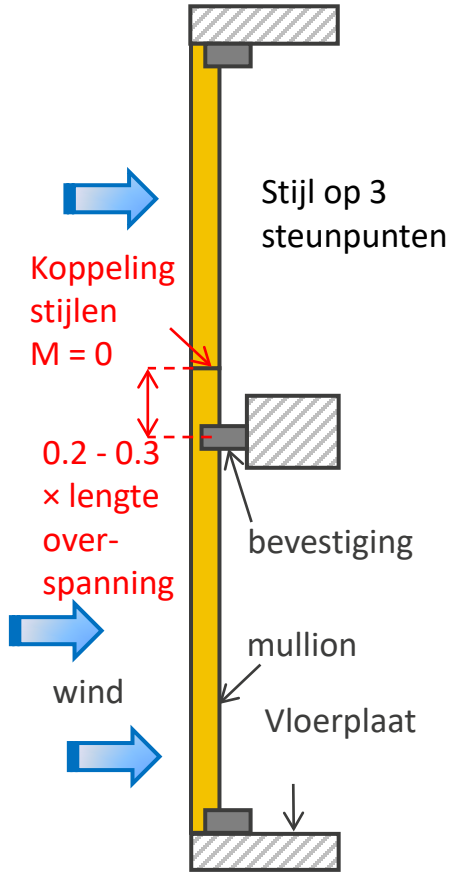


$$v_{\max} = \frac{5}{384} \times \frac{pl^4}{EI_{vv}} = 0.013 \times \frac{pl^4}{EI_{vv}}$$

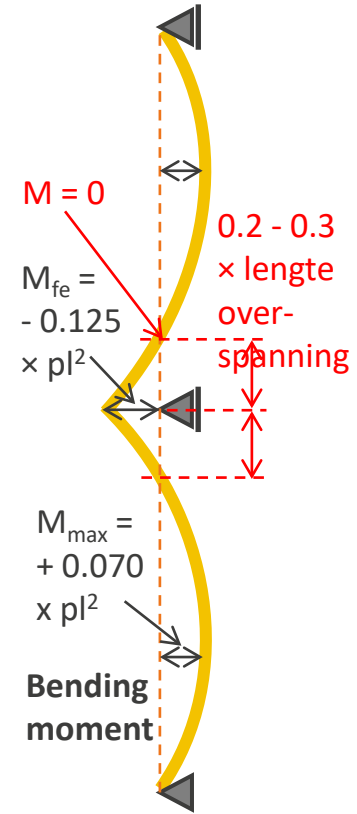
v_{\max} : maximale doorbuiging

Sterkteleer

Windbelasting



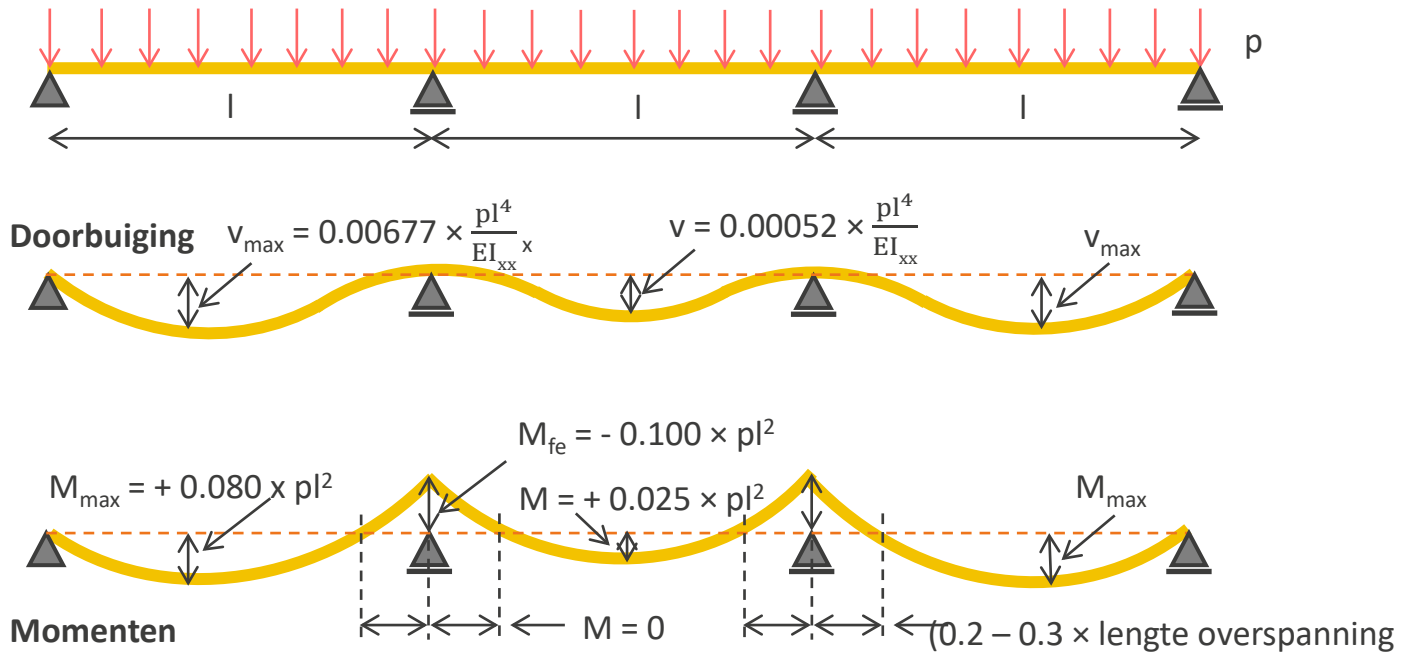
$$V_{\max} = 0.00521 \times \frac{pl^4}{EI_{xx}}$$



Sterkteleer

Windbelasting

Balk op meerdere steunpunten



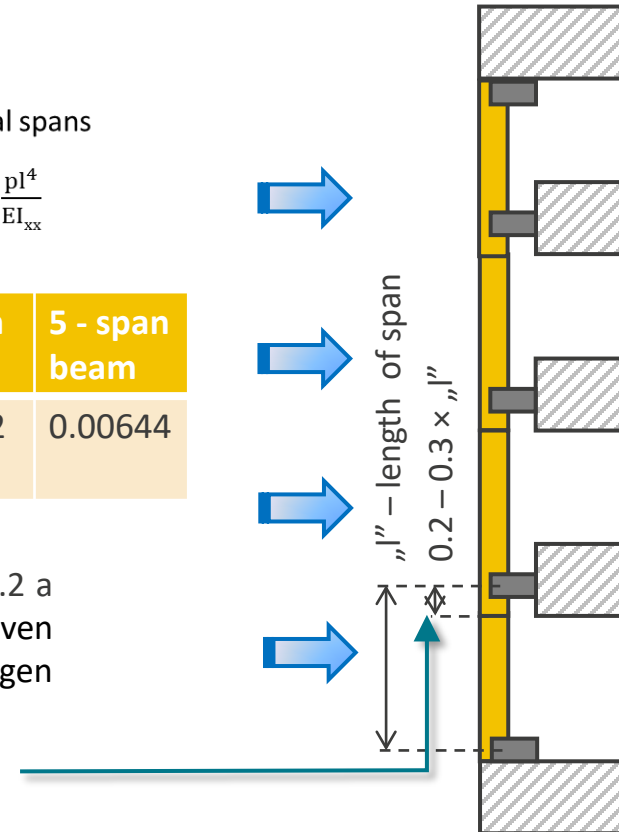
Sterkteleer

Windbelasting

- Maximum deflection of a mullion is on the lateral spans
- It can be calculated using the formula: $v_{\max} = k \times \frac{pl^4}{EI_{xx}}$
taking the “k” – factor from the table:


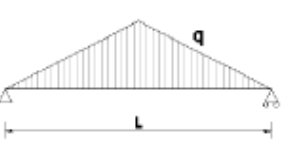


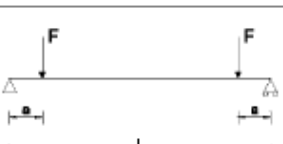
Number of spans	1 - span beam	2 - span beam	3 - span beam	4 - span beam	5 - span beam
k – factor	0.0130 2	0.00521	0.00677	0.00632	0.00644

Nul moment is dicht bij de bevestiging. Ongeveer 0.2 a 0.3 van de lengte van de overspanning (onder of boven de bevestiging). Dat is de plaats om de koppelingen tussen de stijlen te maken



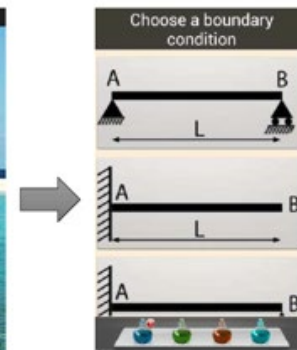
Sterkteleer

Formules

	$w = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I}$ $M = \frac{q \cdot L^2}{8}$
	$w = \frac{q \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I}$ $M = \frac{q \cdot L^2}{12}$
	$w = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I} \cdot \left(1 - 0.8 \cdot \left(\frac{a}{L}\right)^2\right)^2$ $M = \frac{q \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)}{24}$
	$w = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I}$ $M = \frac{F \cdot L}{4}$
	$w = \frac{F \cdot a \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)}{24 \cdot E \cdot I}$ $M = F \cdot a$

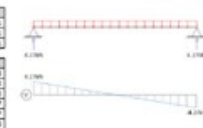
Doorbuiging

http://www.designerdata.nl/tools/doorbuigin_g.php?PHPSESSID=11cca8f94c8f3f49d3f19648f52d43bb



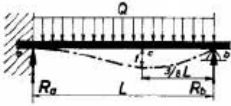
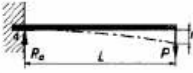
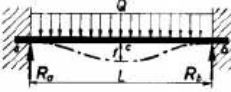

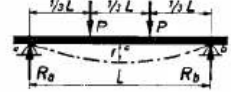

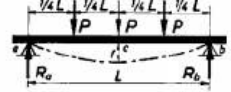

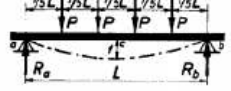

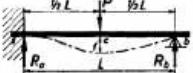
PolyBeam
Version 1.4.5
www.PolyStruc.com

Load Case	Factor
Load Case 1	1
Displacement	1
Rotational Support	1



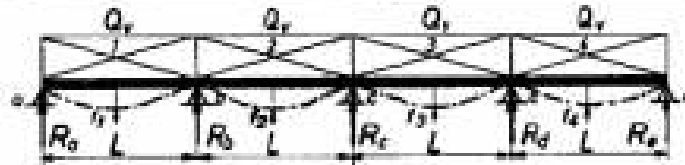
Sterkteleer

Formules

	$R_a = \frac{5}{8} Q$ $R_b = \frac{3}{8} Q$	$M_a = \frac{Q \cdot L}{8}$ $(M_c = \frac{9Q \cdot L}{128})$	$f = \frac{Q \cdot L^3}{185 E \cdot I}$		$R_a = P$	$M_a = P \cdot L$	$f = \frac{P \cdot L^3}{3 E \cdot I}$
	$R_a = \frac{Q}{2}$ $R_b = \frac{Q}{2}$	$M_a = M_b = \frac{Q \cdot L}{12}$ $(M_c = \frac{Q \cdot L}{24})$	$f = \frac{Q \cdot L^3}{384 E \cdot I}$		$R_a = Q$	$M_a = \frac{Q \cdot L}{2}$	$f = \frac{Q \cdot L^3}{8 E \cdot I}$
	$R_a = P$ $R_b = P$	$M_c = \frac{P \cdot L}{3}$	$f = \frac{23 P \cdot L^3}{648 E \cdot I}$		$R_a = \frac{P \cdot b}{L}$ $R_b = \frac{P \cdot a}{L}$	$M_c = \frac{P \cdot a \cdot b}{L}$	$f = \frac{P \cdot a^2 \cdot b^2}{3 E \cdot I \cdot L}$
	$R_a = \frac{3}{2} P$ $R_b = \frac{3}{2} P$	$M_c = \frac{P \cdot L}{2}$	$f = \frac{19 P \cdot L^3}{384 E \cdot I}$		$R_a = \frac{P}{2}$ $R_b = \frac{P}{2}$	$M_c = \frac{P \cdot L}{4}$	$f = \frac{P \cdot L^3}{48 E \cdot I}$
	$R_a = 2P$ $R_b = 2P$	$M_c = \frac{3P \cdot L}{5}$	$f = \frac{63 P \cdot L^3}{1000 E \cdot I}$		$R_a = \frac{Q}{2}$ $R_b = \frac{Q}{2}$	$M_c = \frac{Q \cdot L}{8}$	$f = \frac{5 Q \cdot L^3}{384 E \cdot I}$
					$R_a = \frac{11}{16} P$ $R_b = \frac{5}{16} P$	$M_a = \frac{3P \cdot L}{16}$ $(M_c = \frac{5P \cdot L}{32})$	$f = \frac{7P \cdot L^3}{768 E \cdot I}$

Sterkteleer

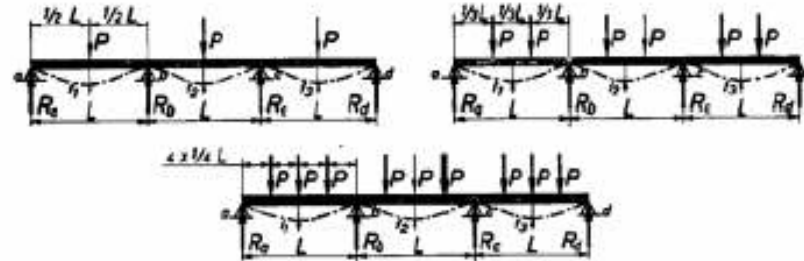
Formules



belasting geval	steunpuntreacties R in kgf.	buigend moment M in kgfm.	max. doorbuiging f in cm. Q_v in kgf. L in cm.
balk op drie steunpunten	$R_a = R_c = 0,375 Q_v$ $R_b = 1,25 Q_v$	$M_b = 0,125 Q_v \cdot L$ $M_1 = M_3 = 0,07 Q_v \cdot L$	$f_1 = f_2 = \frac{Q_v \cdot L^3}{192 E \cdot I}$
balk op vier steunpunten	$R_a = R_d = 0,40 Q_v$ $R_b = R_c = 1,10 Q_v$	$M_b = M_c = 0,10 Q_v \cdot L$ $M_1 = M_3 = 0,08 Q_v \cdot L$ $M_2 = 0,025 Q_v \cdot L$	$f_1 = f_3 = \frac{Q_v \cdot L^3}{147 E \cdot I}$ $f_2 = \frac{Q_v \cdot L^3}{192 E \cdot I}$
balk op vijf steunpunten	$R_a = R_e = 0,393 Q_v$ $R_b = R_d = 1,143 Q_v$ $R_c = 0,928 Q_v$	$M_b = M_d = 0,107 Q_v \cdot L$ $M_c = 0,071 Q_v \cdot L$ $M_1 = M_4 = 0,077 Q_v \cdot L$ $M_2 = M_3 = 0,036 Q_v \cdot L$	$f_1 = f_4 = \frac{3Q_v \cdot L^3}{478 E \cdot I}$ $f_2 = f_3 = \frac{20 Q_v \cdot L^3}{1111 E \cdot I}$

Sterkteleer

Formules

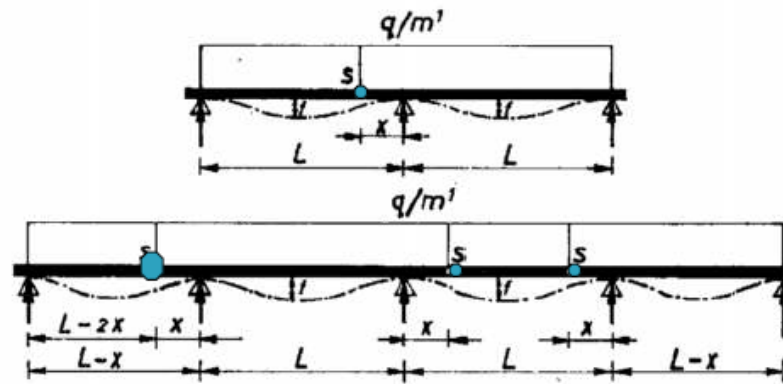


belastingsgeval	aantal punt- lasten per veld	steunpuntreacties R in kgf.	buigend moment M in kgfm.
balk op drie steunpunten	1	$R_a = R_c = 0,312 P$ $R_b = 1,376 P$	$M_b = 0,188 P.L$ / $M_1 = M_2 = 0,156 P.L$
idem	2	$R_a = R_c = 0,667 P$ $R_b = 2,666 P$	$M_b = 0,333 P.L$ $M_1 = M_2 = 0,222 P.L$
idem	3	$R_a = R_c = 1,04 P$ $R_b = 3,92 P$	$M_b = 0,46 P.L$ $M_1 = M_2 = 0,27 P.L$
balk op vier steunpunten	1	$R_a = R_d = 0,35 P$ $R_b = R_c = 1,15 P$	$M_b = M_c = 0,15 P.L$ $M_1 = M_3 = 0,175 P.L$ $M_2 = 0,10 P.L$
idem	2	$R_a = R_d = 0,734 P$ $R_b = R_c = 2,27 P$	$M_b = M_c = 0,257 P.L$ ✓ $M_1 = M_3 = 0,245 P.L$ $M_2 = 0,087 P.L$
idem	3	$R_a = R_d = 1,125 P$ $R_b = R_c = 3,375 P$	$M_b = M_c = 0,375 P.L$ $M_1 = M_3 = 0,317 P.L$ $M_2 = 0,125 P.L$

Sterkteleer

Formules

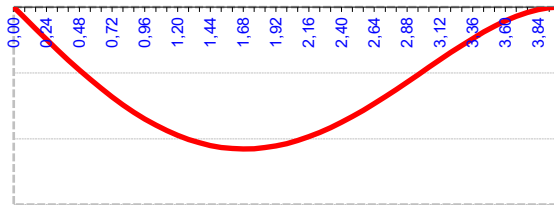
GERBERLIGGERS



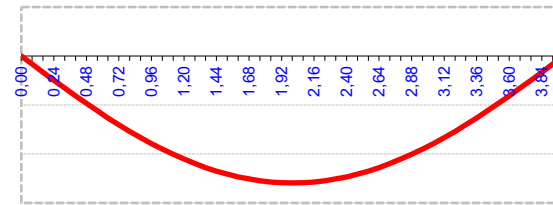
aantal steunpunten	veldlengten in m.		scharnierafstand x in m.	reacties in kgf.		maximum veld- en steunpuntsmom. in kgfm.	maximum doorbuiging f in cm. (L in cm.)
	eindvelden	tussenvelden		eindsteunpunten	tussensteunpunt(en)		
3	L	-	$0,172 L$	$0,414 q \cdot L$	$1,172 q \cdot L$	$0,086 q \cdot L^2$	$\frac{1,175 q L^4}{192 E \cdot I}$
4 of meer	$L-x = 0,8535 L$	L	$0,1465 L$	$0,3535 q \cdot L$	$q \cdot L$	$0,0625 q \cdot L^2$	$\frac{q \cdot L^4}{192 E \cdot I}$

Sterkteleer

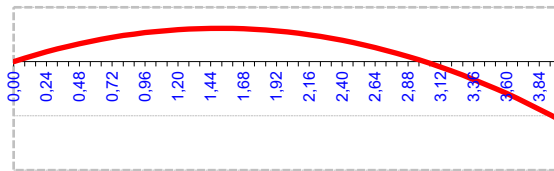
Eén zijde ingeklemde balk versus opgelegde balk



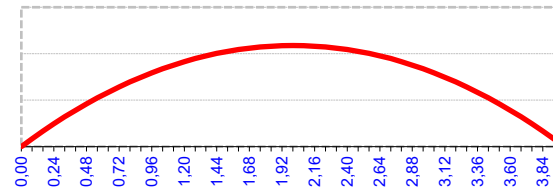
$$f_{max} = \frac{pl^4}{185EI}$$



$$f = \frac{5pl^4}{384EI}$$



$$M_{max} = \frac{pl^2}{8}$$



$$M_{max} = \frac{pl^2}{8}$$

Sterkteleer oefeningen

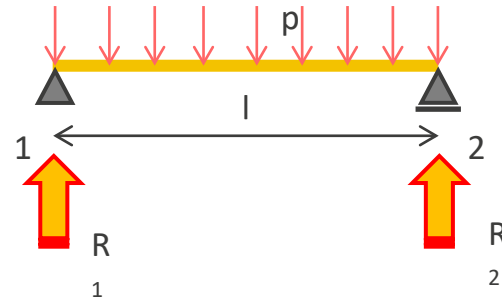
Sterkteleer

Oefening 2

Bepaal het dwarskrachtendiagramma en momentendiagramma van de naastliggende constructie

$$R_1 = pl/2$$

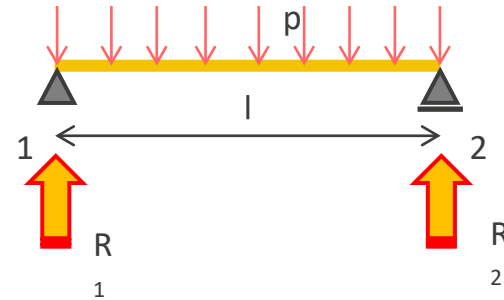
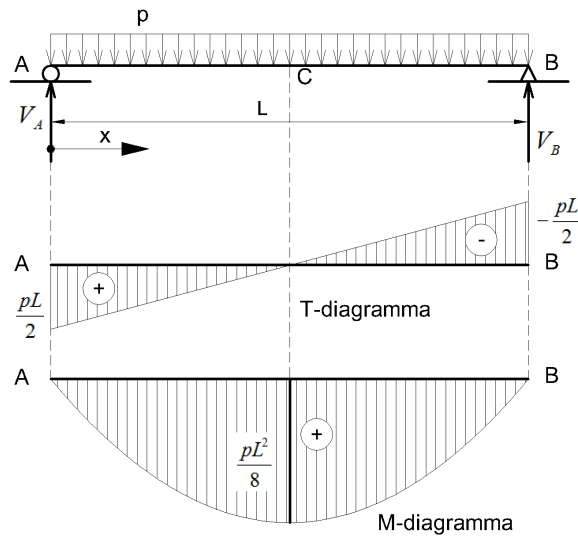
$$R_2 = pl/2$$



Sterkteleer

Oefening 2

Bepaal het dwarskrachtendiagramma en momentendiagramma van de naastliggende constructie



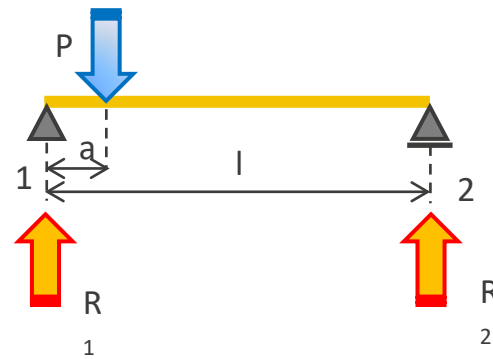
Sterkteleer

Oefening 3

Bepaal het dwarskrachtendiagramma en momentendiagramma van de naastliggende constructie

$$R_1 = P(l-a)/l$$

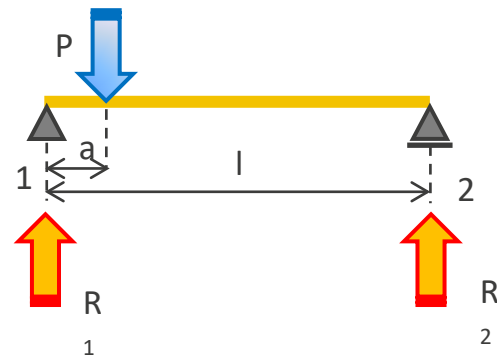
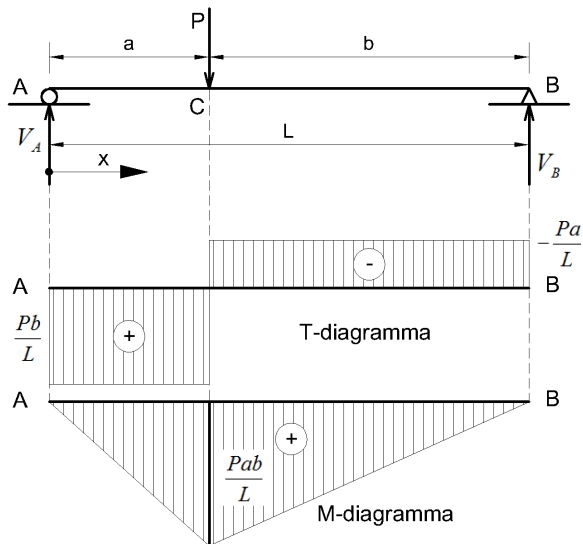
$$R_2 = Pa/l$$

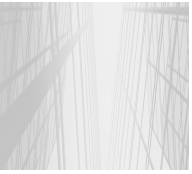


Sterkteleer

Oefening 3

Bepaal het dwarskrachtendiagramma en momentendiagramma van de naastliggende constructie

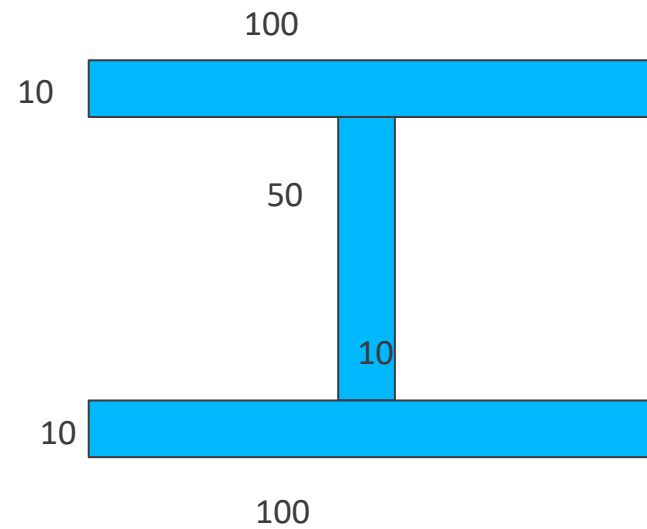




Sterkteleer

Oefening 4

Bepaal het weerstandsmomenten rond de 2 hoofdassen van onderstaand I profiel



Sterkteleer

Oefening 4

Bepaal het weerstandsmomenten rond de 2 hoofdassen van onderstaand I profiel

$$I_{xx} = 167 \text{ cm}^4$$
$$y_1 = 50 \text{ mm} = 5 \text{ cm}$$
$$W_{xx} = 33,4 \text{ cm}^3$$

$$I_{yy} = 192 \text{ cm}^4$$
$$x_1 = 35 \text{ mm} = 3,5 \text{ cm}$$
$$W_{yy} = 54,9 \text{ cm}^3$$

